Årg. 36:2 Juni 1953

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ANDRA HÄFTET

Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement II 73

Torbjörn Westermark, Åldersbestämning medelst radioaktivt kol 85

John Stenman, Mätning av korta tider med växelström 101

David F. Larsson, Likställighetspunkterna till tre cirklar 104

Arne Elfving, Anordning för demonstration av centralrörelse 105

Notiser: Ljudgivare för resonansförsök; Uppg. 7 allm. kurs vt 1953; Yttre bissektrisens längd 107

Aktuellt: Föreningen för matem. naturv. underv.: vårmöte i Stockholm 26 april 1953. Föreningen i Lund: årsmöte i Lund 12 april 1953; Geometrien och provräkningen i realexamen; Internationell matematikerkongress 1954.... 110

Bokanmälningar: Schrödinger, Science and Humanism; Lohr, Mechanik der Festkörper; Breidenbach, Das Delische Problem; Calder, Atomer, radar, penicillin, vitaminer; Feather, Nuclear Stability Rules; Aldous-Appleton, Thermionic Vacuum Tubes; Bowden-Yoffe, The Initiations and Growth of Explosions; Harris, Electrical Measurements; Burhop, The Auger Effect; Ahlman-Karlsson, Lärobok i kemi och materiallära; Imperfections in Nearly Perfect Crystals; Guérin, Traité de manipulation et d'analyse des gaz; Löf, Elkraft; Stensland, Karl-Erik blir bilmekaniker; Perstorpsboken; Duval, Manipulations de chimie; Hedström-Rendahl-Ekbom, Algebra och planimetri; Praxis der Physik, Chemie und Photographie im Unterricht der Schulen. 114

Gradualavhandlingar: B. O. Lindgren; P.-O. Kinell; O. Hanner; O. Gruder 126

Problemavdelning:

Matematiska problem (red. av S. Bågman)..... 133

Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen mars 1953 137

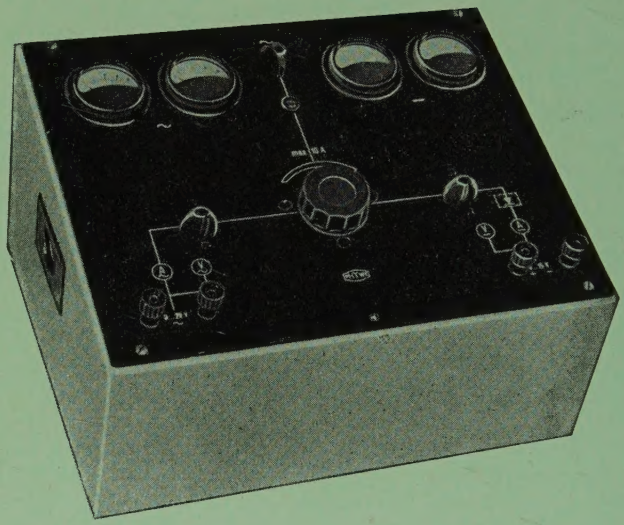
Realexamen vt 1953: Provräkning (142), Uppg. i fysik (144), Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära (146)

Recensenter (126); Tidskrifter (131); Insänd litteratur (132, 148)

Annonsörer: Aga Bausch & Lomb AB; Grave; Intram AB; Lindståhls bokhandel (bilaga); Norstedt & Söner (två annonssidor); AB Philips; Svenska Bokförlaget.

Pris pr år kr. 12:50 pr häfte kr. 3:50

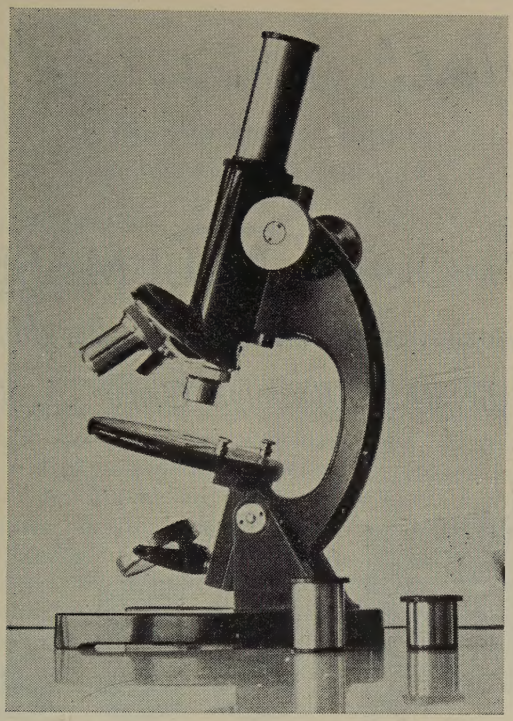
PHYWE



Transportabel likriktare och kopplingstavla för 0—15 volt likström, max. belastn. 10 A samt 0—20 volt växelström, max. belastn. 10 A

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm



SKOLMIKROSKOPET HJ—J3

ett utmärkt mikroskop, som i vinter sålts i något hundratal exemplar, försett med tre okular 5× 10× 15× samt akromatiska objektiv 4× 10× 40× på revolver, allt i standardfattning, förstoringsområde 20×—600×, i förvaringslåda av trä,
endast kronor 350:—

För fackl ärare samt vid mängdbeställningar för skolor kan speciella rabatter erhållas.

AGA

BAUSCH & LOMB A.B.

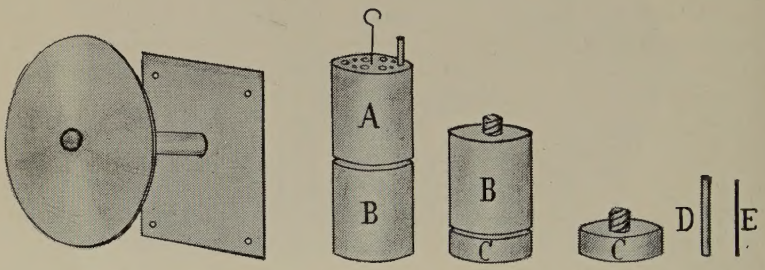
Malmskillnadsgatan 39 Stockholm

Nyhet!

ATWOODS FALLMASKIN

konstruerad av Lektor *C. Bergholm*

tillverkare *Rudolph Grave A. B.*



Vår fysikavdelning kan även leverera allt inom mekanik, el-lära, optik och kemi

RUDOLPH GRAVE AB.

Fysikavdelningen

Malmskillnadsgatan 48 c

STOCKHOLM 3

Primär- och sekundärelement II

Av docent Uno Trägårdh, Stockholm

(Forts. från decemberh. 1952, s. 240.)

Kvicksilveroxid-, RM- eller Rubenelementet

Detta kom till under andra världskriget. Det är ett alkaliskt torrelement, sammansatt enligt

$$- \quad Zn \mid KOH + K_2ZnO_2 \mid HgO \quad +$$

Emk = 1,35 volt. En utföringsform visas i genomskärning i fig. 9. Depolarisationsmassan består av en pressad blandning av kvicksilveroxid och grafit innesluten i en stålbotten. Den negativa elektroden utgöres av en zinkpulverbrikett innesluten i cellens lock. Elektrolyten placeras i gelform mellan elektroderna eller är uppsugen i lämpligt poröst material. De båda cellhalvorna pressas därefter ihop, sedan en isolerande neoprenring placerats i skarven för att hindra metallisk kontakt vid hopfalsningen. Cellens ena halva är sålunda — pol och andra + pol. Den är hermetiskt tillsluten. Konstruktionen medför många fördelar både ur fabrikations- och batterisynpunkt. Den möjliggör tillverkning i automatmaskiner såväl av element som batterier.

Flera olika utföringsformer av elementet finnas. I vissa typer användas spiralformigt hoprullade zinkstrimlor, i andra perforerade zinkcylindrar.

Totalreaktionen under elementets arbete är

$$Zn + H_2O + HgO = Zn(OH)_2 + Hg = ZnO + H_2O + Hg$$

Då elektrolyten redan från början mättats med kaliumzinkat, utfalla de bildade zinkatjonerna omedelbart som zinkhydroxid. Vid katoden reduceras merkurijoner till metalliskt kvicksilver. Elektrolytens beståndsdelar kunna därför betraktas som oföränderliga, då endast vatten deltar i totalförloppet. I vissa typer har elektrolyten tätheten 1,52, i andra 1,43. Den höga alkali- och zinkatkoncentrationen minskar zinkens korrosion i vila. Man har uppmätt en vätgasbildning av endast 1 ml i element, lagrade 3500 timmar vid 60° C. Lagringsförmågan är mycket god och även efter 3 år är självurladdningen obetydlig.

Användningsområdet var från början uteslutande militärtekniskt — dels för radiotelefoner s. k. »handie-talkie», dels för utlösning av

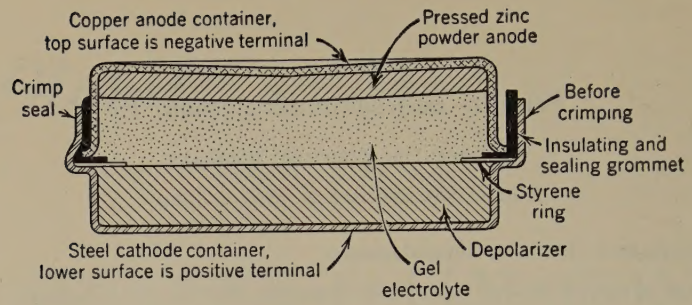


Fig. 9. Ruben-element.

minor. Efter kriget har elementet fått användning i hörselapparater för döva och för mätinstrument av olika slag. Då elementet en kortare tid kan användas vid temperaturer upp till 130° C, har det fått stor användning i geofysiska instrument.

Silverperoxidelementet

Silveroxid som depolarisator i alkalisk elektrolyt med zink som negativ elektrod använde W. Jungner i ett »torrackumulator»-batteri, som vid utställningen i Stockholm år 1897 var drivmedlet för en mindre båt.

Först under sista världskriget kom denna kombination åter att tillämpas i USA. Det gällde härvid ett element för höga momentana belastningar. Elementet är sammansatt av en katod, bestående av ett försilvrat koppartrådnät i vars maskor silveroxid inpressats, en anod av zinkpulver, inneslutet i ett trådnät av koppar och en elektrolyt av natriumzinkat i natriumhydroxid med pH ca 9,8. Innan cellen hopbygges, oxideras silveroxiden anodiskt i svag alkalilösning med låg strömtäthet till silverperoxid, Ag_2O_2. Då denna lätt reduceras av organiska fibrer, måste asbestseparatorer användas. Härvid bildas en ringa mängd kiselsyra i kontaktytan med zinken, vilket minskar zinkangreppet i vila. Även andra elektrolyter ha försökts t. ex. kaliumetylat och natriumhydroxid och borat i blandning.

På senare tid ha försök gjorts att utveckla denna kombination till ackumulator. Jungner mötte på sin tid vissa svårigheter genom att silveroxiden har en betydande löslighet i alkali. Detta medförde slamning och till slut inre kortslutning. Även svårigheter att få metallisk zink utfälld i kompakt form vid laddningen var då en stötesten. Dessa svårigheter påstås numera vara övervunna.

Elementet har i sitt nuvarande utförande en emk av 1,9 volt. Trots att silverperoxiden reduceras i två steg till metalliskt silver är urladdningskurvan jämn, och elementet kan belastas med höga strömtätheter.

Lättmetallelement

Försök att använda lättmetaller som anod i elektriska element gå tillbaka till 1887, då Hein beskev modifierade Bunsen- och Leclanché-element med magnesium i stället för zink. Av tabellen i decemberh. s. 231 framgår, att magnesium och aluminium ur vikts- och kostnads-synpunkt äro fördelaktigast som anodmaterial i elektriska element. Av kommersiella element finnas följande tre typer

—	$Mg \mid MgCl_2 \mid AgCl, Ag$	+	Emk=1,60 V
—	$Mg \mid H_2O \mid K_2S_2O_8 + AgCl, Ag$	+	Emk=1,60 V
—	Mg(legering AZ31A) $\mid MgBr_2 \mid MnO_2, C$	+	Emk=2,00 V

Den första typen tillverkas för luftburna instrument och radiosonder med en kapacitet från 1 Amin (ampereminuter) till ca 15 Ah och med batterispänningar från 1,5—150 V. Den andra typen tillhör de s. k. vattenaktiverade elementen, vilket innebär att vatten påfylles omedelbart före användandet. Depolarisatorn är här kaliumpersulfat i fast form blandat med silverklorid som katalysator. Den ger ca 90 % högre kapacitet än den första typen. Den tredje typen slutligen motsvarar ett vanligt torrelement med zinkanoden ersatt av magnesium. Härigenom fås på samma volym nära tre gånger så hög Ah-kapacitet.

Andra elementtyper

Det finns en hel del andra elementkombinationer, som för närvarande äro under utformning. Aktiviteten på detta område är just nu mycket stor, särskilt bland amerikanska forskare. Även det gamla problemet — bränslecellen — dyker då och då upp, ett problem vars lösning skulle bliva av utomordentlig betydelse för energiförsörjningen. Teoretiskt skulle man kunna utnyttja nästan hela ändringen i fria energien vid bränslets oxidation. Direkta bränsleceller med kol som anod och syre som katod ha hittills ej kunnat realiseras. Däremot ha element med koloxid som anodmaterial lyckats bättre.

Ett lovande gaselement har nyligen konstruerats av F. T. Bacon i Cambridge med vätgas som anodmaterial och syrgas som katodmaterial, vari gaserna kontinuerligt tillföras genom porösa nickelskikt. Elektrolyten är 27 % KOH och arbetstemperaturen 200° C. Här liksom vid alla gaselektroder måste man förhindra att den porösa ledaren — i detta fall nickelskiktet — fylles av elektrolyt. Reaktionszonen utgöres nämligen av den fasgräns som bildas mellan elektrolyten-nickelmetallen och gasen. Belastningsförmågan uppges vara 0,65 A/dm^2. Syret och vätet framställas elektrolytiskt av överskottsenergi och lagras i behållare. Av 1 m^3 H_2 skulle man kunna erhålla ca 1000 Ah.

Sekundärelement

Sekundärelement eller ackumulatorer grunda sig på kemiska reaktioner som kunna göras elektrokemiskt reversibla. Man karakteriserar en ackumulator genom den strömmängd eller energimängd som den kan leverera under en fastställd tid och kallar denna för ackumulatorns kapacitet, vilken anges i Ah eller, när det gäller ett batteri, i Wh. Vill man jämföra olika ackumulatorer ur energisynpunkt, kan Ah/kg, Ah/l, Wh/kg eller Wh/l väljas, varvid Ah respektive Wh måste hänföras till en bestämd urladdningstid. Av viss betydelse för en ackumulator är verkningsgraden, dvs. förhållandet mellan den urladdade och inladdade ström- eller energimängden. Bestämmande för urladdningskurvans form vid olika urladdningstid är polarisationen, som å sin sida beror dels på diffusionsförhållandena i de aktiva massorna dels på reaktionshastigheten särskilt vid den positiva polen. Härtill komma egenskaperna hos urladdningsprodukterna, t. ex. deras elektriska ledningsförmåga, volymändringar, som uppstå vid urladdningen, elektrolytens förändringar etc. Kapaciteten bör vara så litet temperaturberoende som möjligt.

Man kräver även av en ackumulator, att den skall kunna avge praktiskt taget samma elektriska arbete också efter många laddnings- och urladdningscykler (=lång livslängd), att den ej skall förlora energi vid lagring (=låg självurladdning), att den skall kunna momentant avge höga energibelopp osv., alltefter det ändamål den är avsedd för.

Blyackumulatorn

Den 25 årige Gaston Planté, assistent hos professor Edmond Becquerel i Paris, kom nyårsdagen 1859 ned i laboratoriet, där studier över polarisationsfenomen pågått en tid. Han skulle just städa undan några för länge sedan undanställda försökskärl, som använts vid elektrolys av svavelsyra med blyelektroder, då han rent tillfälligtvis mätte spänningen. Till sin förvåning fann han, att cellerna fastän lagrade i flera månader visade nära 2 volts spänning. Detta gav honom uppslaget till blyackumulatorn. Sina iakttagelser sammanfattade han i två arbeten, »Recherches sur polarisation voltaïque» och »Nouvelle pile secondaire d'une grande puissance» (C. r. de l'Académie des Sciences, 19 sept. 1859 och 26 mars 1860). Han tog aldrig ut något patent på ackumulatorn, och andra fingo skörda frukterna av hans upptäckt. Hans första primitiva ackumulator (se fig. 10) bestod av två hoprullade blyplåtar, isolerade från varandra med tyg och ned-

satta i ett kärl med svavelsyra. För uppladdningen använde han några Bunsenelement, som vid denna tid var den vanliga strömkällan. Av praktisk betydelse blev blyackumulatorn först genom uppfinningen av Grammes ring år 1869.

Teknisk utformning fick blyackumulatorn av Henri Tudor från Luxemburg och Camille Faure. Den förre anlade i Rosport i Luxemburg den första ackumulatorfabriken i Europa år 1886.

Förtjänsten av att ha bringat klarhet i reaktionsmekanismen tillkommer i första hand Dolezalek, som år 1901 sammanfattade sina arbeten i den kända monografien »Die Theorie des Bleiaccumulators».

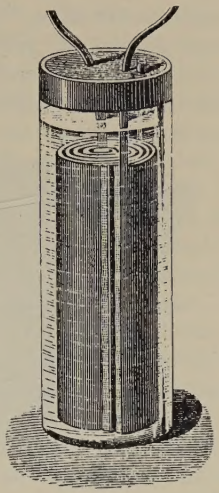


Fig. 10.
Gaston Plantés första blyackumulator.

I laddat tillstånd kan blyackumulatorn tecknas:

$$- \quad Pb \mid H_2SO_4 \mid PbO_2 \quad +$$

Den kinetiska reaktionsmekanismen är ännu ej fullt i detalj klarlagd, men den vid urladdningen försiggående reaktionen kan uppfattas på följande sätt:

Vid den *negativa* elektroden bildas blyjoner som med sulfatjoner ge svårlösligt blysulfat:

$$Pb = Pb^{2+} + 2e^-$$

$$Pb^{2+} + SO_4^{2-} \rightleftharpoons PbSO_4$$

Vid den *positiva* elektroden sker en reduktion av blydioxiden, varpå de bildade blyjonerna även här bilda svårlösligt sulfat.

$$2e^- + PbO_2 + 4H^+ = Pb^{2+} + 2H_2O$$

$$Pb^{2+} + SO_4^{2-} \rightleftharpoons PbSO_4$$

Totala förloppet blir summan av dessa reaktioner:

$$Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \underset{\text{ladd.}}{\overset{\text{url.}}{\rightleftharpoons}} 2PbSO_4 + 2H_2O$$

där den övre pilriktningen anger urladdningsförloppet, den undre laddningsförloppet. Detta reaktionsschema har fått namnet »dubbelsulfatteorien» och uppställdes redan år 1880 av Gladstone och Tribe. Den är alltjämt accepterad. Enligt denna skulle vid fullständigt utnyttjande av de aktiva ämnena Pb, PbO_2 och H_2SO_4 teoretiskt åtgå 3,89 g Pb, 4,46 g PbO och 3,66 g H_2SO_4 eller sammanlagt ca 12 g/Ah. 1 kg aktiva ämnen skulle alltså kunna leverera ca 85 Ah. Härvid har ej hänsyn tagits till bärarmaterial, ramar, polbultar, kärl, ej heller till att svavelsyran måste vara löst i vatten samt ha ett visst överskott.

I praktiken kan man ej utnyttja de aktiva massorna mer än till 50—60 % i gynnsammaste fall. Det praktiska värdet ligger vid ca 12 Ah/kg för en komplett cell.

Tack vare blyets höga väteöverspänning och blydioxidens höga syreöverspänning är självurladdningen relativt låg. Alla främmande ämnen, som, utfällda på den negativa elektroden, ha lägre väteöverspänning än Pb, t. ex. Pt och Sb, eller sådana som uppträda i flera oxidationsstadier, t. ex. Fe, öka emellertid självurladdningen och omöjliggöra en fullständig uppladdning, om de förekomma i större mängd. Som exempel kan nämnas att 0,00001 % Pt uppges nedsätta ackumulatorns livslängd till hälften. Det är därför nödvändigt, att endast godkänd ackumulatorsyra av hög renhetsgrad och destillerat vatten användas.

Flera gynnsamma omständigheter uppträda vid blyackumulatorn, t. ex. att PbO_2 till skillnad från t. ex. MnO_2 är en jämförelsevis god elektronledare, att den är svårlöslig i svavelsyra, har hög redoxpotential samt att reduktionsförloppet förlöper snabbt.

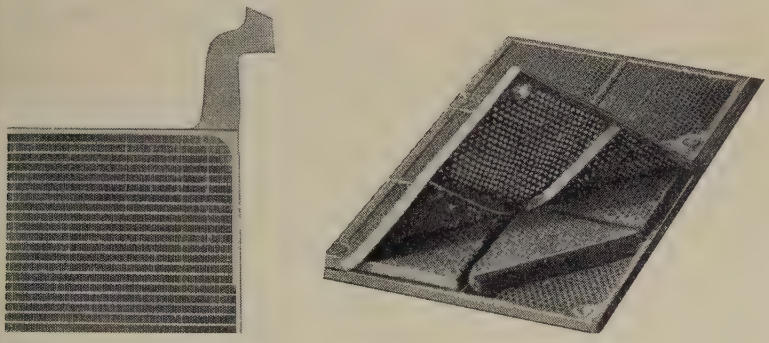
Som slutprodukt uppstår vid båda elektroderna blysulfat. Under urladdningen avtar alltså syrans specifika vikt och stiger åter vid laddningen. Härpå grundas den vanligaste metoden att med areometer bestämma en ackumulators laddningstillstånd.

Elektronmikroskopiska undersökningar ha visat att kristallerna av $PbSO_4$ i en urladdad pluselektrod äro 5—10 gånger större (ca $2 \cdot 10^{-4}$ cm) än kristallerna av PbO_2 i den laddade elektroden (ca 10^{-5} cm). De senare bestå av pseudomorfa aggregat av $PbO_2/PbSO_4$, uppkomna därigenom att de vid laddningen bildade PbO_2-groddarna växa in i sulfatkristallen och efter hand »fräta» upp den. Genom bristande kontakt med PbO_2 blir emellertid omvandlingen icke fullständig. Vid urladdningen spela de kvarvarande sulfatfragmenten rollen av kristallisationskärnor. Vid långvarig vila av en delvis eller helt urladdad ackumulator växa $PbSO_4$-kristallerna till mycket stora enheter och kunna sedan icke längre oxideras respektive reduceras vid en följande laddning. Plattorna bli hårda och porositeten låg. Detta fenomen kallas på fackspråket »sulfatering» och innebär i de flesta fall en ohjälplig skada för ackumulatorn. Ibland kan man dock rädda den genom en s. k. vattenladdning, vilket tillgår så att svavlesyran uthälles och destillerat vatten ifylles. I den så erhållna mycket utspädda syran kan en långvarig laddning med låg strömstyrka förändra de stora sulfatkristallerna så, att massorna åter fungera. Däremot har det hittills icke lyckats att med hjälp av s. k. patentelektrolyter återställa dylika sulfaterade ackumulatorer.

Blyackumulatorns emk är en funktion av svavelsyrans aktivitet och kan beräknas ur termodynamiska data:

H_2SO_4 densitet	Emk beräknad	Emk funnen
	V	V
1,028	—	1,82
1,279	2,05	2,05
1,496	2,26	2,29

Av detta skulle man vänta, att en så hög specifik vikt som möjligt vore lämplig. Så är emellertid ej fallet. Med ökad koncentration ökas syrans viskositet, vilket försvårar diffussionen och alltså ökar polarisationen. Dessutom angriper en mer koncentrerad syra blygallret, som



a b

Fig. 11 a. Detalj av en lamellplatta.
Fig. 11 b. Detalj av en brickettplatta.

utgör bäraren av de aktiva massorna. Man väljer därför en specifik vikt hos svavelsyran inom området 1,20—1,30 beroende på ackumulatortypen. Inom detta område finner man, att svavelsyran har sin högsta specifika ledningsförmåga.

Emedan ackumulatorer användas för skiftande ändamål, ha olika typer utvecklats, som skilja sig genom olika elektrodkonstruktion.

För stationära ändamål användas gjutna pluselektroder av mycket rent bly (99,998 %), vars ytprofil förstoras genom djupa inskärningar. De kallas ibland Planté- eller lamellplattor med den tyska benämningen »Grossoberflächenplatten». Motsvarande minuselektroder tillverkas på så sätt, att briketter av en blandning mellan blyoxid och svavelsyra, inläggas mellan tunna perforerade blyplåtar, som fastgöras i ett ramverk. De kallas boxplattor. Figur 11 a, b visar ett parti av en lamellplatta och en boxplatta. Stora stationära ackumulatorer kunna ha en kapacitet av 10 000 Ah. De stationära ackumulatorerna ha i allmänhet inga fastsittande lock, och kärlen äro av ebonit, glas, stengods eller blyinklätt material. De användas bl. a. för U-båtar.

För traktionära ändamål fordras en tillsluten mekaniskt stabil celltyp, som måste vara oöm för stötar. Här har en speciell konstruktion kallad »pansar»- eller »ironclad»-typen utvecklats. Pluselektroderna ha den aktiva blydioxidmassan innesluten i perforerade ebonitrör av ca 5 mm Φ, varför elektroden fått namnet rörplatta. Strömtilledningen sker genom en blytråd, som ligger i rörets centrum. Flera dylika rör hopsättas i en ram. (Jfr konstruktionen på Edisons pluselektrod fig. 12.) Motsvarande minuselektroder äro utförda genom pressning av aktivt material till en platta. Kärlen äro vanligen av ebonit. De användas för truckar, elektriska lok, elektriska bilar m. m.

I övriga typer omfattande startbatterier, radiobatterier, belysningsbatterier och batterier för varjehanda ändamål användas pasterade eller smetade plattor, vanligen kallade galler- eller massaplattor. Bäraren av massorna för såväl plus- som minuselektroderna är gjuten i form av ett gallerverk, vari de kittartade massorna smetas eller pressas in. Gallren gjutas av en blylegering, vanligen en antimonlegering, då rent bly har dålig mekanisk hållfasthet. Antimon har emellertid ofördelaktigt inflytande på livslängden och ökar självurladdningen av de negativa elektroderna. Man har därför sökt ersätta Sb med små mängder Ca, Ag eller Te. Efter smetningen och torkningen formeras elektroderna och byggas sedan in i helpressade batterilådor av ebonit, plast eller någon asfaltkomposition. Formeringen innebär att elektroderna laddas och urladdas flera gånger, tills de positiva huvudsakligen bestå av blydioxid och de negativa av blysvamp.

För att hindra inre kortslutning eller överledning inskjutas mellan plattorna isolerade men porösa skivor s. k. separatorer, av olika material, såsom glasull, träfanér, mikroporöst gummi, perforerad plast, ebonit etc.

Såväl emk som kapacitet är temperaturberoende. I kyla faller arbetsspänningen och kapaciteten, beroende på ökat motstånd i elektrolyten, ökad reaktionströghet hos massorna och ökad viskositet, vilket minskar diffusionen.

Kapaciteten är också beroende på urladdningsströmstyrkan. Vid höga belastningar fungera endast de ytliga delarna av de aktiva massorna. Därför tillveraks mycket tunna plattor när det gäller höga urladdningar och tjocka plattor för långtidsurladdning. Porositeten, massornas och gallrens mekaniska hållfasthet och massornas vidhäftning vid och kontakt med gallren äro avgörande för ackumulatorns livslängd. De positiva plattorna bruka vara minst hållbara, emedan massan blir lös och faller bort. Man kan under urladdningen på ett enkelt sätt konstatera vilken av polerna som har förlorat kapacitet genom att mäta varje pols spänning relativt en hjälpelektrod. Som sådan brukar en kadmiumstav användas, vilken doppas ned i elektro-

lyten, samtidigt som dess spänning mot plus- eller minuselektroden avläses på en voltmeter med högt inre motstånd.

Blyackumulatorn har ett mycket vidsträckt användningsområde, som kanske bäst framgår därav att under sista världskriget enbart i USA ca $^1/_3$ av den totala blyproduktionen (som var 1 mill. ton) förbrukades inom ackumulatorindustrin.

Vissa försök har gjorts att använda andra metaller i minuselektroden i kombination med svavelsyra och blydioxid för att få högre emk, bl. a. zink och tenn:

$$- \quad Zn \mid H_2SO_4 \mid PbO_2 \quad + \qquad \text{Emk} = \text{ca } 2{,}5 \text{ V}$$
$$- \quad Sn \mid H_2SO_4 \mid PbO_2 \quad + \qquad \text{Emk} = \text{ca } 1{,}8 \text{ V}$$

Den förra kombinationen introducerades i Italien av Pouchain på 1920-talet, den senare av Féry i Frankrike vid en senare tidpunkt.

Blyackumulatorns belastningsförmåga begränsas till stor del av att urladdningsprodukten, blysulfatet, är ytterst svårlösligt och därigenom minskar porositeten under urladdningen. För ca 10 år sedan försöktes därför en variant av Pb-ackumulatorn avsedd för militärt ändamål, där svavelsyran ersatts av överklorsyra, som ger lättlösligt blyklorat:

$$- \quad Pb \mid HClO_4 \mid PbO_2 \quad +$$

Denna cell lämpar sig för momentant mycket höga urladdningsströmmar. Man har lyckats uppnå en belastning av 50 A/dm² plattyta. Livslängden är emellertid kort.

Alkaliska ackumulatorn

Mot slutet av 1800-talet fick ackumulatorforskningen en verklig högkonjunktur. Talrika patent beviljades på nya kombinationer och konstruktioner — ofta av tvivelaktigt värde. Tanken att utnyttja en direkt syreöverföring från ena elektroden till den andra för att åstadkomma en förbättrad ackumulator finner man första gången uttryckt i ett av fransmanen Pierre Darrieus år 1893 anmält patent. Samma tanke låg även till grund för Waldemar Jungners idé till en alkalisk ackumulator, där varken elektrolyten eller vattnet skulle deltaga i reaktionsförloppet. Även Thomas Alva Edison kom på samma idé. Jungner fick sitt grundpatent beviljat från den 14 april 1899, medan Edison fick sitt ett år senare, 20 nov. 1900. Fastän stora principiella likheter föreligga mellan Jungners och Edisons patent, kom den tekniska utformningen av ackumulatorn att bli olika. Den kombination som Waldemar Jungner så småningom utvecklade var minuselektroder av kadmium-järnpulver och pluselektroder av nickeloxid, medan elektrolyten utgjordes av 20 % kaliumhydroxidlösning. Edison däremot utgick från järnpulver med en mindre tillsats av kvicksilveroxid som

minuselektrod medan elektrolyten var densamma som Jungners, dock med en mindre tillsats av litiumhydroxid. Massan i de positiva plattorna var NiO. Då NiO har utomordentligt låg elektrisk ledningsförmåga måste på samma sätt som vid MnO_2 ledande material tillsättas. Häri kom Jungner- och Edisonackumulatorn att väsentligt skilja sig, emedan Jungner valde grafit, Edison tunna nickelfjäll. Detta val blev orsaken till den olika konstruktionen av de båda alkaliska ackumulatorvarianterna. Jungner inneslöt sina aktiva massor i form av briketter mellan tunna perforerade stålband som efter hopfalsning kunde sammanfogas till hela plattor, konstruktivt lika för både plus och minus, medan Edison tillverkade sina pluselektroder av perforerade förnicklade stålrör i vilka skiktvis NiO och nickelfjäll instampades. Den negativa elektroden var av brikettyp och delvis påminnande om Jungners. Figur 12 visar en positiv rörplatta och en negativ platta av Edisontyp.

I laddat tillstånd kan ackumulatorerna betecknas sålunda:

Jungnertypen	—	$Cd(Fe) \mid KOH \mid Ni_2O_3$	+
Edisontypen	—	$Fe(Hg) \mid KOH \mid Ni_2O_3$	+

Reaktionsförloppet var länge oklart. En patentprocess mellan kontrahenterna omkring år 1907 i Tyskland ledde till ett fördjupat studium av reaktionsmekanismen, som schematiskt enligt Foerster tecknas:

$$\underset{(Fe)}{Cd} + Ni_2O_3 1{,}2H_2O + 1{,}8H_2O \underset{\text{ladd.}}{\overset{\text{url.}}{\rightleftharpoons}} \underset{(Fe)}{Cd(OH)_2} + 2Ni(OH)_2$$

Den övre pilen motsvarar urladdningsreaktionen, den undre laddningen. Härav ser man att vatten trots allt deltar i reaktionen, vilket medför en obetydlig ökning av koncentrationen vid urladdningen och motsvarande utspädning vid laddningen. Den angivna formeln för nickelseskvioxiden är av många anledningar tvivelaktig och nyligen har strukturundersökningar visat att reaktionen i stället fortlöper enligt:

$$Cd + 2NiOOH + 2H_2O \rightleftharpoons Cd(OH)_2 + 2Ni(OH)_2$$

Vid laddningen uppstår som primärprodukt NiO_2nH_2O som med kvarvarande $Ni(OH)_2$ ger β-NiOOH.

Emk är ca 1,35 volt för såväl Jungner- som Edisonackumulatorn och alltså avsevärt lägre än för blyackumulatorn. Men denna nackdel uppväges av den betydligt större mekaniska stabilitet, som de alkaliska ackumulatorerna ha. Fig. 13 visar en Jungnerackumulator av modern typ. Kärlet är av stålplåt och alla inre detaljer tillverkas även av stål. Även i andra avseenden äro dessa alkaliska ackumulatorer av stort intresse. De kunna stå i urladdat tillstånd långa tider även i kyla utan

att taga skada. Kapaciteten är relativt litet temperaturkänslig, och yttre kortslutningar förorsakar ingen katastrof. Livslängden är mycket god. Däremot är verkningsgraden lägre än för blyackumulatorn. För-

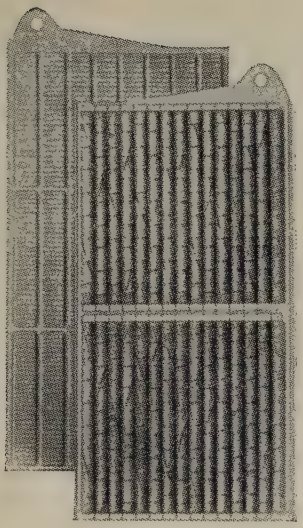


Fig. 12. Edisonelektrod av rörtyp och brikettyp.

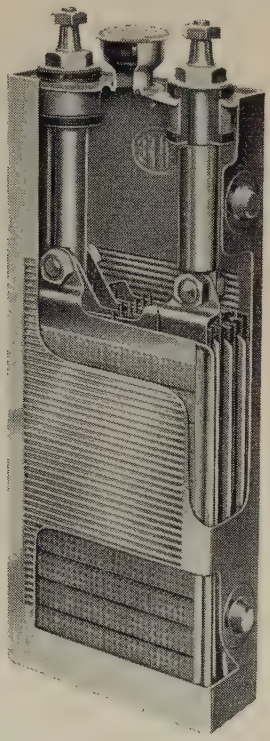


Fig. 13. Jungnerackumulator.

hoppningarna om den verkligt lätta ackumulatorn (dvs. hög kapacitet per kilovikt) ha ej infriats.

Alkaliska ackumulatorer användas i alla sådana fall där de mekaniska påfrestningarna äro stora t. ex. för traktionära ändamål, för tågbelysning, för gruvlyktor etc.

En modifiering av alkaliackumulatorn gjordes av irländaren Drumm i början av 1930-talet. Han ersatte kadmium-järnelektroderna med elektroder av zink och fick härigenom emk 1,80 volt. Ackumulatorn kan alltså tecknas:

$$- \quad Zn \mid KOH \mid Ni_2O_3 \quad +$$

Vid urladdningen bildas kaliumzinkat, varur zink åter utfälles vid laddningen. Med dylika batterier drevs under något år på försök en mindre järnväg mellan Dublin och en förort. Livslängden hos batteriet var emellertid för kort för ekonomisk drift. Vid metallanoder som bilda lösliga reaktionsprodukter ligger svårigheten att få metallen reversibelt utfälld under laddningen på den önskade platsen och av en lämplig struktur. I detta hänseende är alkalizinkatlösningar olämpliga.

Halogenackumulatorn

En originell idé till en ny ackumulatortyp framfördes i slutet av 1920-talet av den spanske munken Almeida. Han föreslog att utnyttja halogener, speciellt brom, som aktiv substans i de positiva elektroderna och zink som aktivt material i de negativa.

I laddat tillstånd är alltså ackumulatorn sammansatt enligt:

$$- \quad Zn \mid ZnBr_2 \mid Br \quad + \qquad\qquad Emk = ca\ 1{,}8\ V$$

Vid laddning och urladdning sker följande reaktioner:

$$Zn + 2Br \underset{\text{ladd.}}{\overset{\text{url.}}{\rightleftharpoons}} ZnBr_2$$

Elektroderna bestå av ca 1 mm tjocka grafitplattor. På ytan av de positiva elektrodplattorna ligger ett skikt av aktivt kol- och grafitpulver. För att kvarhålla detta är elektroden omgiven av ett lämpligt poröst och brombeständigt material. Kolpulvret har till uppgift att adsorbera den vid laddningen frigjorda bromen. Elektrolyten utgöres av en mycket koncentrerad svagt sur zinkbromidlösning med vissa tillsatser. Ackumulatorn består sålunda från början av ett oangripbart elektrodmaterial, som ej deltar i reaktionerna, och en som aktivt material fungerande elektrolyt.

Ur praktisk synpunkt har denna ackumulator många nackdelar, som ej tekniskt kunnat övervinnas, vilket gjorde att den aldrig kom över experimentstadiet.

I denna uppsats har författaren huvudsakligen behandlat kommersiella typer av primär- och sekundärelement. Under den forskningsrush som förekom under sista världskriget på detta område ha flera uppslag framkommit, vilka nu bearbetas på olika håll i världen. Utrymmet har ej medgivit att ingå på dessa.

Litteratur

G. W. Vinal, *Primary Batteries.* New York 1950.
C. Drotschmann, *Trockenbatterien.* Lpz 1945.
G. W. Vinal, *Storage Batteries.* New York 1945.
C. Drotschmann—P. J. Moll, *Die Fabrikation von Trockenbatterien und Bleiakkumulatoren.* Lpz 1941.

NYTT **universalinstrument med många strömmätningsområden även för växelström**

811 **kostar endast** **245** **kr.**

Philips nya universalinstrument 811 med **20 000 ohm/volt** vid likspänningsmätningar har många fördelar. Det stabila vridspoleinstrumentet med Philips Ticonalmagnet och Philips germaniumdiod för växelströmsmätningar ger en stabilitet och säkerhet på instrumentet, som är mindre vanlig. De många spänningsområdena och strömmätningsområdena, även för växelström, gör att varje elektrotekniker bör ha detta instrument, antingen han sysslar med starkström eller svagström. De inbyggda batterierna för motståndsmätning med tydlig avläsning upp till 10 MΩ är av normala typer och lätt utbytbara. Instrumentet levereras med två mätsladdar.

Lik -ström -spänn.		Växel -ström -spänn.		Motstånd
120 µA	3 V	600 µA	3 V	0 — 10000 Ω
600 µA	12 V	6 mA	12 V	0 — 100000 Ω
6 mA	60 V	60 mA	60 V	0 — 10 MΩ
60 mA	300 V	600 mA	300 V	
600 mA	1200 V	3 A	1200 V	
3 A				

Instrumentet har en kraftig kåpa av Philite samt två överskådligt ordnade omkopplare: den ena för omkoppling av likström, likspänning, växelström eller växelspänning. Den andra för inställning av önskat mätområde. Instrumentet har knivvisare och lång, tydlig skala. 811 gör verkligen skäl för namnet universalinstrument och är ett ovärderligt hjälpmedel i det dagliga arbetet.

PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen Stockholm 6. Tel. 34 05 80, för rikssamtal 34 06 80

MOTSTÅNDSMÄTBRYGGOR
av fabrikat Metra

Metra tillverkar tre typer av motståndsmätbryggor för mätning av fasta eller elektrolytiska motstånd.

Omega I Wheatstone-mätbrygga för mätning av fasta motstånd mellan 0,05—50.000 ohm.

Omega II Wheatstone-mätbrygga med inbyggd summer, 800 p/s, för mätning av elektrolytiska motstånd mellan 0,05—50.000 ohm.

Omega III Thomson-mätbrygga för mätning av små, fasta motstånd mellan 0,0001—20 ohm.

Begär offert från

Ingenjörsfirman INTRAM Aktiebolag

Arvid Mörnes väg 9 – Bromma – Tel. Stockholm 377150

Åldersbestämning medelst radioaktivt kol enligt Libby

Av civilingenjör Torbjörn Westermark, Inst. för Fysikalisk kemi,
K. Tekniska Högskolan, Stockholm

Sedan länge känner man ett antal metoder för åldersbestämning, baserade på antagandet att radioaktiva ämnens sönderfallshastighet enbart beror av tiden. Föga tvivel kan råda om detta antagande i vad det gäller utsändning av enbart alfa- eller betapartiklar, vilket är fallet vid dessa metoder. Däremot har man under senare år visat att bestämda, ehuru små avvikelser finns vid s. k. K-infångning och vid fall, där kärnenergi direkt överföres till höljeselektroner (internal conversion). — Alla de åsyftade metoderna gäller tider jämförbara med jordens ålder, några milliarder år, vars tidigaste historia man därför i någon mån kunnat få vetskap om. — Den åldersmetod, som nedan skall beröras, omspänner endast storleksordningen tiotusental år och grundar sig på egenskaper hos kolisotopen C^{14} och på dess förekomst i konstant mängd i allt kol i den levande naturen. Vi har med denna metod fått möjlighet att studera jordens allra senaste historia och särskilt människosläktets öden under denna tid. Metoden har framkommit som en »biprodukt» av den under de senaste årtiondena starkt utvecklade kärnvetenskapen. Metodens upphovsman är kärnkemisten Willard F. Libby i Chicago, USA, och dess tillämpningar faller främst inom arkeologi, geologi, pollenforskning och angränsande områden.

Isotoper av grundämnet kol

Av de kända kolisotoperna är C^{10}, C^{11} och C^{15} synnerligen kortlivade och behöver därför ej beröras i detta sammanhang. C^{12} och C^{13} är stabila och ingår i naturligt kol till 98,9 resp. 1,1 %. Libbys metod grundar sig på isotopen C^{14}, som har 5500 års halveringstid. Den är betastrålande och utsänder ett kontinuerligt spektrum av negativa elektroner med energier från noll och upp till 0,156 MeV (1 MeV = $=1{,}6 \cdot 10^{-13}$ wattsekunder). Detta är liktydigt med en mycket lättabsorberad strålning. Halvvärdestjockleken eller den tjocklek måteria, som nedsätter intensiteten till hälften, är blott 2,5 mg/cm² aluminium och obetydligt mer i kol. Räckvidden är ca 30 mg/cm² eller 3 dm luft.

C^{14} upptäcktes av Ruben och Kamen år 1940 genom reaktionen $C^{13}(d, p)C^{14}$ och är kanske den viktigaste spårisotop, som upptäckts.

Det stora behovet av radioaktivt kol inom biokemi, organisk kemi, medicin osv. täcks numera genom bestrålning av kväve i uranreaktorerna genom reaktionen $N^{14}(n, p)C^{14}$. Kvävet bestrålas i form av exempelvis NH_4NO_3 och C^{14} fås då bärarfritt, dvs. utan annat tillsatskol än det som kommer med som föroreningar. Materialet kostar omkring 250 kr per millicurie och tillhandahålles i form av $BaCO_3$, i vilket normalt 1—6 % av kolatomerna utgörs av C^{14}. Av detta syntetiseras sedan komplicerade organiska molekyler. — Av dessa antydningar bör framgå, att C^{14}:s egenskaper numera är rätt välkända.

Upptäckten av C^{14}:s förekomst i naturen

Libby förutsade 1946 att C^{14} borde finnas i en viss mängd i naturen, dit det kommer genom verkningar av kosmisk strålning (1). (En antydan härom gjordes redan 1940 av S. Korff.) Året därpå bevisades detta experimentellt av Libby och medarbetare (2). Upptäckten gjordes genom radioaktivitetsmätningar på metan (CH_4) härrörande från Baltimores stadsgas, vilken var framställd genom förruttnelseprocesser av biologiskt material. Aktiviteten från denna gas jämfördes med den från petroleummetan, som är urgammal i förhållande till C^{14}:s halveringstid. Den senare gasen gav ingen påvisbar aktivitet, medan den förra visade 10,5 impulser per minut (förkortas cpm) per gram kol, vilket var i nära överensstämmelse med den av Libby förutsagda siffran. Mätningen skedde med Geiger-Müllerrör, i vilka gaserna kunde fyllas i tur och ordning. Gaserna var kraftigt anrikade på tunga isotoper genom s. k. termodiffusion. — Som en kuriositet kan nämnas, att man särskilt kontrollerade, att inga C^{14}-aktiviteter hade sålts från kärnreaktorn i Oak Ridge till Baltimore vid tidpunkten i fråga.

C^{14}:s alstring genom kosmisk strålning

Jorden mottager ständigt en ström partiklar utifrån, s. k. kosmisk strålning, vilken enligt senare års arbeten icke är att anse som kosmisk utan alstrad i solens närhet. Partiklarna består till övervägande delen av protoner men även av tyngre partiklar. I atmosfärens övre delar kan man påvisa *neutroner*, vars intensitet har ett maximum vid ca 10 000 m höjd. Av det senare sluter man att neutronerna alstras *sekundärt* av den kosmiska strålningen. Neutronintensiteten visar ett starkt beroende av den geomagnetiska latituden, något som framgår av att den är fyra gånger så stor vid polerna som vid ekvatorn. Även detta är ett stöd för åsikten om uppkomstsättet.

C^{14} antas nu bildat genom infångning av dessa neutroner i atmo-

sfärens kvävekärnor enligt samma reaktion $N^{14}(n, p)C^{14}$, som enligt ovan är den man utnyttjar vid C^{14}:s framställning i reaktorerna. Reaktionen är exoterm med energibeloppet 0,6 MeV, och sannolikheten för dess inträffande är rätt hög, särskilt för de neutroner, som genom uppbromsning i atmosfärens molekyler nått termisk hastighet (det s. k. verkningstvärsnittet för dessa neutroner är 1,76 barn; 1 barn $=10^{-24}$ cm^2). Även de snabba neutronerna ger vissa bidrag till utbytet.

Vid sin »födelse» är C^{14}-atomen ur kemisk synpunkt i ett synnerligen aktivt tillstånd, vilket motsvarar en fiktiv temperatur av miljontals grader. En dylik atom är i stånd till högst svårförutsedda kemiska reaktioner (s. k. hot-atom-chemistry), och vad kol beträffar, vet man, att vid reaktorbestrålning av ammoniumnitrat i vattenlösning aktiviteten kan uppträda som CO, CO_2, CH_4, HCN, CH_3OH, HCOOH osv. I fråga om det i atmosfären bildade kolet anger Libby endast, att det troligen förbrännes till CO_2, men det vore troligen värt att pröva denna förmodan experimentellt.

Den isotopmärkta kolsyran blandar sig med all annan kolsyra i atmosfären och vidare med all kolsyra, som är löst i vatten, särskilt oceanernas. Vidare kommer det genom livsprocesserna in i växter och därefter i djur och människor. Allt detta kol, den s. k. utbytesreservoiren, kommer, om dessa förhållanden är sanna, att få samma specifika aktivitet, vilket i stort sett har visat sig riktigt (se nedan). Den nu accepterade siffran är 16,1 dpm/gram kol (dpm=sönderfall per minut).

Det har givetvis sitt stora intresse att se, om denna siffra över kolets aktivitet stämmer med data över antalet neutroner, som infaller mot jorden. En dylik jämförelse har utförts av Anderson och Libby (9). Här återges beräkningarna endast antydningsvis.

Genom uppmätning av neutronintensiteten har man medelst räknerör fyllda med BF_3 funnit, att 1,9 termiska neutroner infaller per sekund och cm^2 jordyta. Siffran gäller Princetons latitud, och eftersom intensiteten varierar med latituden, måste man beräkna ett utjämnat värde för hela jorden. Detta värde, 1,1 neutroner per cm^2 och sek, avser endast termiska neutroner men kan korrigeras för övriga genom ett teoretiskt studium över nedbromsningen av neutronerna samt verkningstvärsnittets variation med energin. Slutresultatet blir 156 neutroner per cm^2 och minut.

Den mängd kol, som bör stå i jämvikt med atmosfärens kolsyra har beräknats till 8,3 g/cm^2 jordyta (hela jordytan är $5{,}1 \cdot 10^{18}$ cm^2), vilket nedan skall närmare belysas. Per cm^2 jordyta fås tydligen $16{,}1 \cdot 8{,}3 = 134$ dpm. I fortvarighetstillståndet sönderfaller lika många C^{14}-kärnor per tidsenhet som det nybildas. Om alla neutroner ger C^{14},

skall givetvis neutroninfallshastigheten vara lika med denna nybildningshastighet. Vi kan sammanfattningsvis uppställa följande balans:

Infallshastighet för neutroner	Sönderfallshastighet för C^{14}
156 n/cm² min.	134 kärnor/cm² min.

Balansen stämmer som synes mycket väl, eftersom båda data har ca 20 % osäkerhet. Detta betyder bl. a. att neutronerna icke förbrukas till någon större del genom andra reaktioner än den till C^{14} ledande. Man känner ytterligare reaktionerna:

$$N^{14}\,(n, H^3)\,3\,He^4 \text{ och } N^{14}\,(n, H^3)\,C^{12}$$

men de har mycket ringa tvärsnitt (0,01 barn vardera) och inkräktar ej på balansen ovan. Dessa senare reaktioner leder dock till det intressanta faktum, att H^3 eller tritium (12 års halveringstid) och dess sönderfallsprodukt He^3 finns i naturen. Även detta förutsades i Libbys arbete av 1946 (1) och har senare bekräftats.

I det hela är tydligen det till vår jord infallande neutronantalet grovt redovisat. Ett senare arbete har i stort sett nått samma resultat (21). Per år nybildas 9,8 kg C^{14}, och hela förrådet är 80 ton eller 10^8 Curie. I jämförelse med dessa kvantiteter ter sig de mängder människan producerar i reaktorerna synnerligen blygsamma.

C^{14}:s fördelning i naturen

Anderson och Libby (9) har sammanställt och diskuterat de kolförråd i naturen, som bör stå i jämvikt med atmosfärens kolsyra. Här återges endast sluttabellen:

Oceanernas kolsyra och lösta karbonater	7,25 g/cm² jordyta
I oceanerna lösta organiska ämnen	0,59 »
Atmosfären	0,12 »
Biosfären	0,33 »
Summa	8,3 g/cm² jordyta

Det är viktigt, att omsättningstiden för detta kolförråd är kort i förhållande till C^{14}:s halveringstid (5570 ± 30 år). Anderson och Libby anser, att biosfärens omsättning är en fråga om år eller tiotal år (huvuddelen är havsplankton), varför omsättningen här är tillräckligt snabb.

I den lägre atmosfären råder tillräckligt kraftig cirkulation, men däremot har dess övre del, stratosfären (10—80 km höjd), mindre kraftig sådan, och det kan för dess del ej avgöras, om blandningen är tillräcklig.

För havsdjup större än 4000 meter kan inga utsagor göras, men skäl framföres för omblandning även här.

Om det föreligger god omblandning på tider avsevärt mindre än C^{14}:s halveringstid, skall man finna samma specifika aktivitet i utbytesreservoiren. Libbys experimentella resultat visar nu en påfallande jämn aktivitet, som inte visar några bestämda variationer med latitud, longitud, höjd eller havsdjup (ned till 1150 meter), utan de funna variationerna kan vara av rent statistisk natur. Följande är ett utdrag ur en mer omfattande tabell given av Anderson och Libby:

Tabell 1. Specifik C^{14}-aktivitet hos nutida prov av biologiskt ursprung.

Prov	Geomagnetisk latitud	Sönderfall per minut och g kol
Ädelgran, Yukon, Canada	60° N	$14{,}84 \pm 0{,}30$
Gran, Sverige	55° N	$15{,}37 \pm 0{,}54$
Alm, Chicago, USA	53° N	$14{,}72 \pm 0{,}54$
Ask, Schweiz	49° N	$15{,}16 \pm 0{,}30$
Blad av kaprifol, Tennessee, USA	47° N	$14{,}60 \pm 0{,}30$
Kvistar och barr av tall, (4000 möh) New Mexico, USA	44° N	$15{,}82 \pm 0{,}47$
Nyponbuske, Nordafrika	40° N	$14{,}47 \pm 0{,}44$
Ek, Palestina	34° N	$15{,}19 \pm 0{,}40$
Oidentifierat trä, Iran	28° N	$15{,}57 \pm 0{,}34$
Ask, Japan	26° N	$14{,}84 \pm 0{,}30$
Oidentifierat trä, Panama	20° N	$15{,}94 \pm 0{,}51$
Chlorophora excelsa, Liberia	11° N	$15{,}08 \pm 0{,}34$
Gummiträd (Sterculia), Bolivia (3000 möh)	1° N	$15{,}47 \pm 0{,}50$
Järnträd, Marshallöarna	0°	$14{,}53 \pm 0{,}60$
Oidentifierat trä, Ceylon	2° S	$15{,}29 \pm 0{,}67$
Bokträ, Argentina	45° S	$15{,}37 \pm 0{,}49$
Eucalyptus, Australien	45° S	$16{,}31 \pm 0{,}43$
Olja från säl, Antarktis	65° S	$15{,}69 \pm 0{,}30$
	Medeltal	$15{,}3 \pm 0{,}1$ dpm

Ovanstående tabell visar, att den specifika aktiviteten hos recent (nutida) biologiskt kol är nära nog konstant över hela jorden. De flesta avvikelser synes vara av statistisk art, ehuru en del kan vara systematiska. Kulp har nyligen publicerat aktivitetsmätningar å prov av kolsyra från olika platser och konstaterat en mycket vacker jämnhet (35).

Motsvarande undersökningar för prov av kol från olika kalksediment

är icke alls lika omfattande men visar tydligt, att man har en *högre* specifik aktivitet än hos organiskt biokol, nämligen som medeltal $16{,}5 \pm 0{,}5$ dpm per gram eller ungefär 9 ± 3 % mer. Detta tillskrives en isotopieffekt, något som står i kvalitativ överensstämmelse med resultaten av masspektrometriska undersökningar av förhållandet C^{13}/C^{12}. Här har man funnit 3 % anrikning i karbonatkol gentemot organiskt kol, vilket tyder på att man för C^{14} borde vänta det dubbla eller 6 %, vilket åtminstone nöjaktigt förklarar den funna skillnaden. — Dessa isotopieffekter har stor betydelse för dateringsexperimenten.

Som vägt medelvärde för allt kol i utbytesreservoiren anger Anderson och Libby (9) värdet $16{,}1 \pm 0{,}5$ dpm/g kol. Denna siffra har redan ovan använts för diskussionen om neutronbalansen i atmosfären.

Ur de nämnda resultaten kan man dra den slutsatsen att omblandningen av C^{14} i utbytesreservoiren är tillräckligt snabb i förhållande till dess medellivslängd, så att jämn specifik aktivitet fås, trots att alstringen till större delen sker vid polerna å hög höjd över jordytan. Eventuella brister i omblandningen skall nedan diskuteras som tänkbara systematiska fel i metoden.

Åldersbestämningens princip

För det radioaktiva sönderfallet gäller den enkla exponentialfunktionen

$$s = s_0 e^{-\lambda t} \tag{1}$$

där begynnelseaktiviteten enligt ovan är $15{,}3 \pm 0{,}1$ dpm/g för biosfärprov och 16,5 dpm/g för karbonatkol. I princip ha vi alltså att bestämma s, samt beräkna t ur (1) och därmed provets ålder eller korrektare den tidpunkt, då substansen undandrogs jämvikt med atmosfärens kolsyra, vilket för växter, djur och människor sker i och med döden. Nu innebär en dylik mätning en absolutbestämning av specifika aktiviteten, vilket för åldersbestämning är onödigt. Enklare är det därför att bestämma en relativ aktivitet (I), varvid nuvärdet (I_0) givetvis måste hänföra sig till exakt samma anordning. Härvid utbytes s i formel (1) med I.

För att få osäkerheten i åldersbestämningen utbyta vi s i (1) mot I och lösa t samt bilda dess medelfel.

$$t = T_e(\ln I_0 - \ln I) \text{ där } T_e = T_{1/2}/\ln 2 \tag{2}$$

$$\Delta t = T_e \sqrt{\left(\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}$$

Till det statistiska felet i t kommer ett systematiskt, som härrör av osäkerheten i värdet å halveringstiden. Till Δt skulle egentligen en

term $t \cdot \Delta T_{1/2}/T_{1/2}$ komma. Libby räknar ej med detta bidrag utan anger endast de statistiska felen. Halveringstiden är f. n. känd å bättre än 1 %, varför ett obetydligt fel introduceras i förhållande till det statistiska. Skulle nyare bestämningar av halveringstiden komma att göras, är det ju lätt att i efterhand om nödvändigt korrigera dateringarna.

Vid mätningarna föreligger alltid en bakgrund, som måste dras från den uppmätta aktiviteten. Vid felberäkningen måste man därför även ta hänsyn till felet i bakgrunden. Alla statistiska fel i impulsräkningen sättes lika med kvadratroten ur antalet räknade impulser (Poissons statistik).

Provens kemiska förberedande

I Libbys metod tar de kemiska reningsoperationerna sikte på att framställa rent, elementärt kol (5; 6; 24). Orsaken är att man vill uppnå minsta möjliga självabsorption vid de följande aktivitetsmätningarna. En särskilt viktig sak är att befria kolet från andra, många gånger större aktiviteter t. ex. kalium, uran och torium samt de senares följeprodukter.

Det första steget är en mekanisk utrensning av allt ovidkommande material. Härefter behandlas provet med saltsyra för att avlägsna allt karbonatkol. Sedan förbrännes provet till kolsyra, som renas i flera steg med bl. a. utfällning av karbonat och kondensation i kylfällor. Genom dessa processer avlägsnas de icke önskvärda aktiviteterna. Den erhållna kolsyran reduceras i ugn med metalliskt magnesium till elementärt kol. Härvid uppstår magnesiumoxid, som man söker avlägsna med saltsyra. Här har Libby mött ett trivialt problem i det kolet ofta innehåller omkring 10 % MgO, för vilket man måste korrigera. H. R. Crane har nyligen funnit att behandling med varm salpetersyra avlägsnar nästan all oxid (16).

Det erhållna kolet utbreds å insidan av en cylinder. Härvid bringas det i pastform genom tillsats av vatten, olja eller agarlösning. Vid proceduren finns risk, att den radioaktiva gasen radon eller dess följeprodukter adsorberas å det synnerligen aktiva kolet och äventyrar mätresultaten.

Kolprovets totala massa är normalt 8 gram och är utbrett å 400 cm^2, vilket betyder att skikttjockleken, 20 mg/cm^2, innebär full mättning med avseende på C^{14}:s mjuka beta-partiklar.

Aktivitetsmätningens praktiska genomförande

Cylindern med kolprovet placeras i Libbys metod runt ett Geiger-Müllerrör av nätkatodtyp. Som benämningen antyder, består cylin-

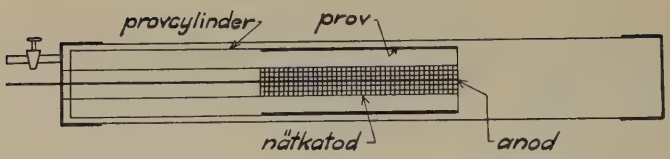


Fig. 1. Geiger-Müllerrör av nätkatodtyp enligt Libby för mätning av beta-aktivitet från kol i fast form utbrett å insidan av cylinder.

dern i detta räknerör av ett trådnät, vilket innebär ett minimum i absorption av strålningen. Rörets känsliga volym är 8″ lång och 2″ i diameter och anordningen ger en total verkningsgrad av omkring 5 % för C^{14}. Röret (se fig. 1) fylles med en blandning av 6 mm etylen och 100 mm argon. Impulsräkningen sker på för GM-rör numera konventionellt sätt (se fig. 2), men åtskilliga modifikationer har införts i syfte att höja stabiliteten.

Med ett nutida kolprov uppnår man blott ca 7 impulser per minut, med ett 5500 år gammalt 3,5 osv. utöver bakgrunden. Vill man mäta dessa ovanligt låga aktiviteter med hög noggrannhet, har man särskilt att nedbringa bakgrunden till åtminstone samma storleksordning. Utan särskilda anordningar är aktiviteten i Libbys rör omkring 400 cpm dels beroende på kosmisk strålning och dels på aktivitet från konstruktionsmaterial, husväggar o. d. Genom skärmning med 20 cm järn nedbringas bakgrunden till 100 cpm, väsentligen mesoner. För att ytterligare minska aktiviteten kopplas en ring av GM-rör runt det centrala röret på så sätt, att alla samtidiga impulser elimineras (antikoincidenskoppling). Detta konstgrepp nedbringar bakgrunden till ungefär 5 cpm, vilket kan accepteras.

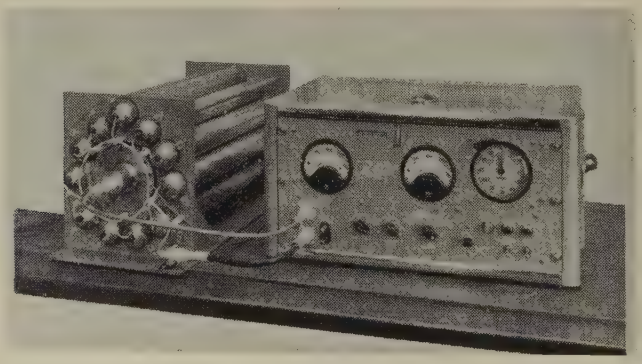


Fig. 2. Kommersiell instrumentering för C^{14}-datering från Radiation Counter Laboratories, USA.

Räknetiden brukar normalt vara 2 dygn varav ungefär hälften ägnas åt bakgrunden. Med denna räknetid och ovan angivna data fås en standarddeviation av ±350 år för en ålder i omgivningen av halveringstiden och ca 700 år vid 10 000 års ålder (16). Metodens omfång är av statistiska skäl begränsad till ca 20 000 år. Kan man nedbringa bakgrunden en faktor två, utökar man metodens omfång med en halveringstid dvs. ca 5000 år. En dylik förbättring har Kulp m. fl. bidragit med, i det de infört ett skikt av kvicksilver (2 cm tjockt) mellan den yttre skärmen och antikoincidensringen. Härvid nedbragtes bakgrunden från 5 cpm till 2 i runda tal (20).

Bland nyare utvecklingar av Libbys räkneteknik märks samtidig räkning av två prov (eller prov och bakgrund) i samma räknegas men med skilda räknerör och kretsar. Härvid kommer man ifrån variationer i bakgrund och känslighet beroende på att gasens sammansättning förändras eller att bakgrunden ändrar sig med tiden (22; 25). Crane har infört många tekniska förbättringar med bl. a. automatiskt byte mellan provcylindrar och bakgrundsräkning och speciell stabilisering i hjälpkretsarna (16; 25).

Något om hittills utförda dateringsförsök

Vid hittills gjorda dateringar har man först och främst intresserat sig för hur metoden stämmer med säkra dateringar av annat slag. Sådana har man i prov från de egyptiska faraongravarna liksom genom ringräkning daterade träprov från mammutträdet, Sequoia. Fig. 3 ger

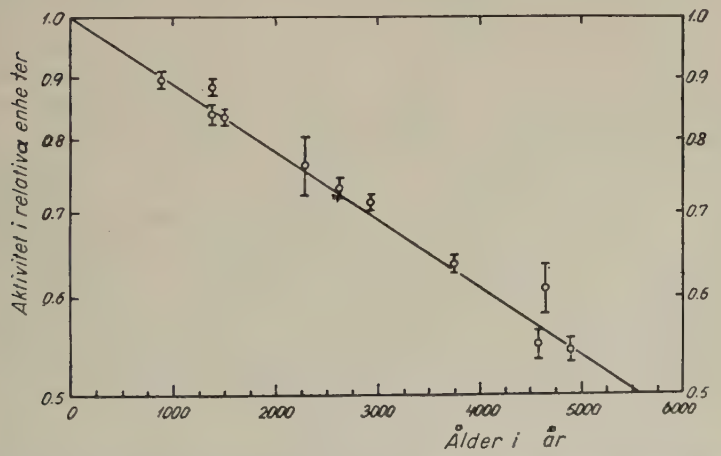


Fig. 3. Aktivitet som funktion av åldern för dateringsprov av väl känd ålder. Den heldragna kurvan motsvarar C^{14}:s teoretiska sönderfallskurva.

resultaten av dessa dateringar i diagramform. Det mesta av materialet har bestämts av Libby men en del av Kulp (19). Resultaten måste med hänsyn till statistiska faktorer anses vara mycket tillfredsställande. De angivna felgränserna avser nämligen standardavvikelser, vilket betyder att chansen är ca $^2/_3$ att det sanna värdet ligger innanför den angivna gränsen $\pm\sigma$. Som synes ligger fyra punkter av elva utanför $\pm\sigma$ (men ingen utom $\pm 2\sigma$) vilket ungefär motsvarar vad man kan vänta. Detta har betonats här, emedan man kritiserat att dateringen av ett visst prov (faraonen Zoser, 2700±75 år f. Kr.) ligger rätt långt från det kända värdet.

De erhållna resultaten visar även, att inom felgränserna kvoten mellan den kosmiska strålningens intensitet och kolmängden i utbytesreservoiren varit konstant i åtminstone 5000 år. Nyligen har Kulp angett att detta gäller ännu längre tider (upp till 30 000 år) (35).

Till andra dateringar, där exakt jämförelse ej är möjlig, återkommes nedan dels i en diskussion av de felkällor som påvisats och dels i en kort översikt av de olika tillämpningsområdena.

Metodens felkällor

Få vetenskapliga framsteg efter kriget har rönt så stor publicitet som Libbys dateringsmetod. Bland vetenskapsmännen har den bemötts på vitt skilda sätt. Kanske kan man säga, att sedan den första entusiasmen lagt sig, en våg av kritik satte in med anledning av diskrepanser mellan metoden och andra dateringar, dock ej de som ingår i fig. 3, vilka ansetts mycket säkra. I somliga fall har orsaken kunnat utredas och felkällor blottats, men i andra fall kvarstår diskrepanser. Dessa kan i en del fall även bero på att jämförelsedateringarna är osäkra. Vissa av felkällorna inrymmer sådana vetenskapliga synpunkter att de är intressanta nog i sig själva. — Metodens felkällor kommer av dessa skäl att här närmare beröras.

Statistiska fel har redan omtalats. Botemedlet är att räkna under längre tid, vilket dock icke kan drivas hur långt som helst. Fig. 4, given av Anderson och Levi (22) visar sambandet mellan precision och räknetid för prov av olika ålder under förutsättning att nolleffekten är 5 cpm. Med de nya framstegen i fråga om bakgrunden förbättras givetvis detta. — Ofta anger de forskare, som arbetar på området, att det är bättre att bearbeta flera separata prov från samma fynd i stället för att utsträcka mättiden å ett och samma prov. Härvid ger experimenten utslag för reproducerbarheten även av den kemiska proceduren, vars felkällor ovan kort berörts.

Isotopieffekter har redan ovan berörts. Man torde i framtiden kunna korrigera för dem, om man kostar på sig en masspektrometrisk bestämning av kvoten C^{12}/C^{13}. I annat fall är det nödvändigt att känna

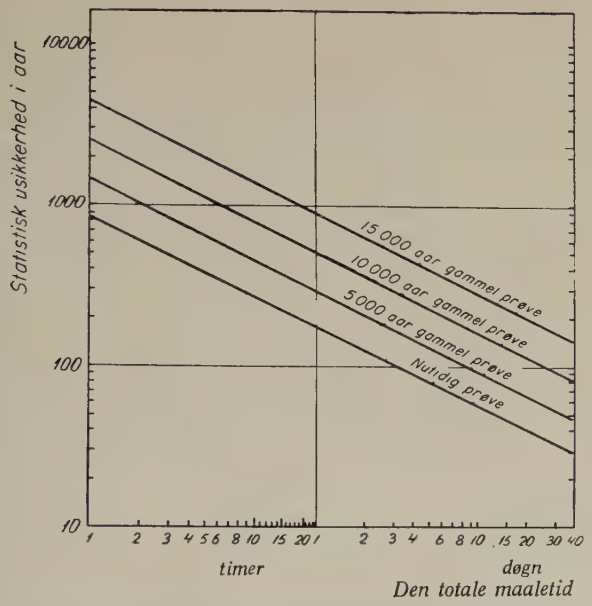


Fig. 4. Samband enligt Anderson och Levi (22) mellan precision och räknetid vid kolprov av olika ålder i Libbys räknerör. Bakgrunden har antagits vara 5 cpm.

nuvärdet av specifika aktiviteten just för prov av det slag man står inför. Det största fel man kan införa genom att försumma effekten är ca 800 år.

Mer svåröverskådliga är defekter i omblandning av den naturliga utbytesreservoiren. Ännu torde de största havsdjupen och stratosfärens övre delar vara otillräckligt undersökta (nyare bidrag i fråga om oceanerna, se Kulp (35)).

En speciell punkt, veterligen ej diskuterad i litteraturen, är frågan om betydelsen av den industriella förbränningen av kol och olja som av vissa författare (28) anges ha ökat CO_2-halten i atmosfären med 10 % från sekelskiftet till nu. Eftersom neutronflödet kan antas ha varit konstant, skulle specifika aktiviteten nu vara ungefär 10 % lägre än vid sekelskiftet. Om man använde referensprov från i dag, skulle man härav kunna införa ett fel, som maximalt kan uppgå till ca 800 år. Om man däremot använde prov från tiden före 1900 (t. ex. kärnved av ett 60-årigt träd), försvinner effekten praktiskt taget helt. Siffran 10 % är baserad på antagandet att södra och norra lufthavet blandas på en tid, som är en liten bråkdel av 50 år. Om så ej vore

fallet skulle Libbys mätningar å recenta prov (tabell 1) från södra hemisfären visa 20 % högre specifik aktivitet än från den norra. Ett försök till en jämförelse från den angivna tabellen pekar verkligen på några procent högre aktivitet hos proven från södra halvklotet, men detta kan vara tillfälligt. Dessutom kräver en korrekt jämförelse kännedom om provens exakta ålder. — Å andra sidan kan skäl ges mot att den anförda effekten existerar eller i varje fall, att den är mindre än angivet. Sålunda kan det tänkas, att omblandningen mellan kolsyra i atmosfär och hav går tämligen fort i förhållande till 50 år, och i detta fall skulle effekten nästan helt modereras ut, eftersom havens kolsyramängd totalt är 60 ggr större än atmosfärens. En ökning i kolsyrehalten skulle även medföra en tendens till snabbare upptagning i vattnet och ett nytt jämviktsvärde för lösligheten. Dessutom skulle växternas fotosyntes stimuleras (29). Till detta kommer, att meteorologerna ej är helt eniga om mätningarnas säkerhet. Slutsatsen av resonemanget blir därför, att mer direkta mätningar av specifika aktiviteten å prov 0—100 år gamla bör utföras.

En viktig och allvarlig grupp av felkällor är tillsats av kolhaltig materia av annan ålder än man är intresserad av. — Bland de mindre farliga kan nämnas förekomsten av diverse konserveringsmedel såsom vaxer och paraffin å arkeologiska fynd, något som bör kunna avlägsnas. Detta gäller väl även om adsorption på aktiva ämnen t. ex. träkol. Värre ställer det sig, om utbyte av kolatomer kan ha ägt rum, något som man vet kan gälla karbonater under fuktiga förhållanden. Därför har bensubstans hittills betraktats med stor misstänksamhet. Denna fråga måste därför prövas noggrannt t. ex. genom aktivitetsmätning å kol av olika kemiskt ursprung från samma fynd för att konstatera om utbyte förekommit. Sequoia-trädets datering visar att intet utbyte skett i träsubstans, vilket är rimligt med hänsyn till att man inte känner några lättrörliga kolatomer i cellulosa eller lignin. (Som biprodukt får man bevis för att trädet endast bygger ny substans i de yttre delarna av stammen.)

En annan felkälla är bakterier, svampar o. d., som förtär gamla föremål t. ex. trä. Om dessa organismer även assimilerar färska kolsubstanser och sedan avlämnar dem i föremålet, utfaller dateringen för ung.

Ett svårbemästrat fall torde vara strömningsprocesser i avlagringar, vilket exempelvis kan medföra att torv av viss ålder blir bemängd med partiklar från yngre eller äldre lager. I vissa fall torde man kunna separera bort dylik ovidkommande materia.

Bartlett har påpekat ett fall, då dateringsmetoden kanske helt kommer att spolieras och det är, när vattenväxter eller andra organismer växer i vattendrag, myrar e. d. med kalkavlagringar av mycket gam-

malt ursprung (17). Om kolsyra utvecklas från dessa kolförråd och assimileras i växterna, får man ju ett tillskott av kol utan C^{14}-aktivitet alls och följaktligen alltför hög ålder! Bartlett anser därför, att dateringar i första hand bör göras å materia från sura myrar osv. — Denna felkälla kan eventuellt omöjliggöra dateringar från kalkrika marker men kan å andra sidan ge viktiga bidrag till kännedom om kolets lokala kretslopp.

Som slutsats av dessa diskussioner om felkällorna kan sägas, att det är nödvändigt att arkeologer, geologer och andra intresserade är väl insatta i de angivna riskerna och väljer sina prov på bästa möjliga sätt.

Metodens utvecklingsmöjligheter

Under det sista året har ett flertal laboratorier upptagit C^{14}-metoden, därav åtminstone fyra i USA och ett i Danmark (22; 30; 31). Alla har strävat att förbättra Libbys dateringsteknik, och andra forskare har bidragit med förbättring av detaljer (20; 23; 25; 27). Detta omfattande arbete tar sikte på att göra räkneapparaturen mer stabil och lättare att sköta, nedbringa bakgrunden och eliminera andra felkällor. Detta bör om några år ha resulterat i en förbättrad och mer lättskött apparatur och säkrare provberedning.

Av de mer radikala greppen på problemen märks särskilt försök att ersätta Libbys fasta kolprov med gasformiga eller vätskeformiga sådana. — Om man överför kolet i metan eller acetylen kan dessa gaser fyllas i räknerör av känd typ (s. k. proportionalräknare) varvid man slipper självabsorption av strålningen. Det lättaste i fråga om provets förberedande är att förbränna till kolsyra, men i denna form har impulsräkning hittills icke ansetts pålitlig. Det är därför mycket betydelsefullt för metoden, att man nyligen (36) visat att proportionalräkning i ren kolsyra är genomförbar. Avstår man från impulsräkning och nöjer sig med mätning av den jonisationsström som alstras i gasen spelar dennas natur mindre roll. Efter denna linje arbetar Douglas vid General Electric i USA (23). Han har modifierat det vanliga elektroskopet så att mätning av tiden för urladdning sker på elektronisk väg. Vidare har svårigheter med alfa-aktivitet från konstruktionsmaterialet övervunnits. Särskilt intressant är försöken att nedbringa bakgrunden genom att arbeta nere i ett gruvhål (30 m djupt) och i de nedre delarna av en dammanläggning, där den kosmiska strålningens intensitet bara var 1 % av den på jordytan. Detta antyder, att det vid alla dateringsmätningar (även med Libbys metod) borde vara värt besväret att förlägga instrumentet till ett bergrum e. d. Douglas' metod synes även ha möjligheter att ställa sig ekonomiskt gynnsam jämfört med impulsräkningsmetoderna.

En annan utvecklingslinje är scintillationstekniken. Här räknar man de ljusblixtar eller scintillationer, som alstras i en vätska försatt med små mängder av vissa scintillerande substanser. Härvid finns utsikter att nå inemot 100 %-ig verkningsgrad (mot 5 % hos Libby). Anderson och Levi (22) som diskuterat denna metod, anger som exempel, att om man av 8 g kol gör kolsvavla (CS_2) och tillför scintillator (t. ex. terfenyl) så skulle man få en räknehastighet av 120 cpm (mot 7 i Libbyräknaren) och en bakgrund av 0,03 cpm. (Den senare siffran synes dock alltför optimistiskt uppskattad.) Den höga räknehastigheten skulle enligt Anderson och Levi utvidga metodens omfång till 58 000 år mot nu 20 000—25 000 år. Ett lika stort framsteg torde vara att precisionen i dateringarna med samma tidsinsats som nu skulle kunna förbättras åtskilligt, under förutsättning att man kan undgå systematiska fel. Nöjer man sig å andra sidan med samma precision som nu, skulle man kunna vinna minst en faktor fyra i tid.

Scintillationsmetoden är därför på papperet den mest lovande framtidslinjen för C^{14}-datering, och det finns därför starka skäl för att sätta in experimentella forskningar just här. Kan man lösa de svåra experimentella problem som möter, skulle det innebära ett mycket stort framsteg. I denna riktning går även ett synnerligen optimistiskt uttalande av Kulp (35).

En förbättring av annat slag är möjligheten att anrika C^{14} i förhållande till de stabila C^{12} och C^{13} genom termodiffusion, vilket visserligen är besvärligt men skulle kunna utöka metodens omfång till åtminstone det dubbla (24; 22).

Slutligen torde det särskilt för arkeologerna vara av intresse att veta, att man har hopp om att kunna datera slam och gyttja utan att behöva bränna upp värdefulla fornfynd (35) tillvaratagna däri.

Metodens tillämpningar

Trots att många dateringar utförts av Libby och andra forskare har det hittills i stort sett rört sig om att pröva själva *metodiken* ur olika synpunkter. Av de hittills gjorda undersökningarna torde man dock få en klar bild av vilka områden tillämpningarna berör, varför här en kort antydan bör ges.

Inom *arkeologin* har man studerat ett mycket stort antal problem bl. a. fynd från mänskliga boplatser av olika tider t. ex. i syfte att studera frågor om olika kulturers utveckling (12; 32; 33). Inom *kvartärgeologin* intresserar absolutdatering av lagerföljder i mossar o. d. och vidare frågor i samband med växters och djurs övervintring resp. invandring efter den senaste istiden (13; 14; 15) liksom om petroleums ursprung (35). Det kan nämnas, att ett flertal dateringar tyder på att den senaste istiden började och slutade samtidigt i Nordamerika

och Nordeuropa. — Liknande intressen rör *pollenforskningen*, där man har relativa kronologier, som man nu hoppas kunna anknyta till absoluta sådana (15). Detta gäller även metoderna med varvig lera. — Inom *djuphavsforskningen* har man redan börjat använda metoden för bottensediment, så t. ex. i samband med fynden från Albatrossexpeditionen (26). — I fråga om *historiska fynd* är tidsavståndet vanligen så kort, att den relativt stora osäkerheten 100—200 år är till stor nackdel. Som ett intressant exempel kan nämnas ett fynd av Jesaja bok i en grotta nära Döda havet, som Libby daterat till 1917 ± 200 år (24).

Möjligheterna att få dateringar utförda

För de amerikanska laboratoriernas del har tidskriften Nucleonics sammanfattat närmare uppgifter om möjligheterna att få datering utförd (27). Det rör sig om laboratorier vid universitcten Yale, Columbia, Michigan, Chicago samt Texas (34). Samtliga laboratorier anger, att de endast befattar sig med verkligt värdefulla objekt, som skall vara utförligt beskrivna av arkeologiska, geologiska eller andra fackmän. I ett fall anges en kostnad av 100 $ per prov. Nedan ges en förteckning stammande från Libby rörande de minimimängder, som fordras för datering av dubbelprov. Föremålen upptas i den ordning, som svarar mot lämpligheten för datering:

65 g träkol
200 g växtrester såsom trä, torv, halm, spannmål, vax, vass, klädrester
200 g djurrester, fällar, hud, hår, nagel, horn, klor
2200 g tänder, elfenben, brända ben.

Litteratur

1. W. F. Libby, Atmospheric helium three and radiocarbon from cosmic radiation, Phys. Rev. *69*, 671 (1946).
2. E. C. Anderson, W. F. Libby m. fl., Radiocarbon from cosmic radiation, Science *105*, 576 (1947).
3. A. V. Grosse, W. F. Libby, Cosmic radiocarbon and natural radioactivity in living matter, Science *106*, 88 (1947).
4. E. C. Anderson, W. F. Libby m. fl., Natural radiocarbon from cosmic radiation, Phys. Rev. *72*, 931 (1947).
5. W. F. Libby, E. C. Anderson, J. R. Arnold, Age determination by radiocarbon content: world wide assay of natural radiocarbon, Science *109*, 227 (1949).
6. J. R. Arnold, W. F. Libby, Age determination by radiocarbon content: Checks with samples of known age, Science *110*, 678 (1949).
7. F. E. Zeuner, Dating the past by radioactive carbon, Nature *166*, 756 (1950).
8. V. G. Childe, Comparison of archaeological and radiocarbon dates, Nature *166*, 1068 (1950).
9. E. C. Anderson, W. F. Libby, World-wide distribution of natural radiocarbon, Phys. Rev. *81*, 64—69 (1951).

10. J. R. Arnold, W. F. Libby, Radiocarbon Dates I, Science *113,* 11 (1951).
11. E. C. Anderson, J. R. Arnold, W. F. Libby, Measurements of low-level radiocarbon, Rev. Sci. Instr. *22,* 225 (1951).
12. H. de Terra, Radiocarbon age measurements and fossil man, Science *113,* 124 (1951).
13. R. F. Flint, E. S. Deevey, Radiocarbon dating of late-pleistocene events, Am. J. Sci. *249,* 257 (1951).
14. H. Godwin, Comments on radiocarbon dating for samples from the British isles, Am. J. Sci. *249,* 301 (1951).
15. E. S. Deevey, J. E. Potzger, Peat Samples for radiocarbon analysis: Problems in pollen statistics, Am. J. Sci. *249,* 473—511 (1951).
16. H. R. Crane, Dating of relics by radiocarbon analysis, Nucleonics *9,* No 6, p. 16 (1951).
17. H. Bartlett, Radiocarbon datability of peat marl caliche and archaelogical materials, Science *114,* 55 (1951).
18. W. F. Libby, Radiocarbon Dates II, Science, *114,* 291 (1951).
19. J. L. Kulp, W. Feely, L. E. Tryon, Lamont natural radiocarbon measurements, Science *114,* 565 (1951).
20. J. L. Kulp, L. E. Tryon, Extension of the C^{14} age method, Rev. Sci. Instr. *23,* 296 (1952).
21. G. Pfotzer, Zur Berechnung der Gleichgewichtsmenge beta-aktiven Kohlenstoffes in der Atmosphäre, Z. Naturforschg. *7 a,* 145 (1952).
22. E. C. Anderson, H. Levi, Some problems in radiocarbon dating, Det Kongl. Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-fysiske Meddelelser *27,* 6, 1952.
23. D. L. Douglas, Measuring low-level radioactivity, Gen. El. Rev. *55,* No 5, 16 (1952).
24. W. F. Libby, Radiocarbon Dating, The University of Chicago Press, Chicago, 1952.
25. H. R. Crane, E. W. Mc Daniel, An automatic counter for age determination by the C^{14} method, Science *116,* 342 (1952).
26. G. Arrhenius, Reports on the Swedish Deap Sea Expedition, Part V, Göteborgs Vetenskaps- och Vitterhetssamhälles Skrifter 1952.
27. How to get sample dated, Nucleonics, *10,* No 8, 21 (1952).
28. K. Buch, Kolsyra och klimat, Tekn. Tidskr. *81,* 17 (1951).
29. G. E. Hutchinson, Am. J. Sci. *249,* 255 (1951) (i recension av Rankama och Sahama: Geochemistry).
30. H. Levi, Radioaktivt kulstof i naturen og C^{14} datering, Fysisk Tidskrift Nr 3—4, 1952 se även Naturens Verden p. 196 (1952).
31. H. Tauber, Datering med radioaktivt kulstof, Ingeniøren *32,* 497 (1952).
32. S. Linné, Radicarbon dates. Dating specimens by means of the carbon (C^{14}) method, Ethnos, 1950: 3—4, 206—213.
33. K. Faegri, Aldersbestimmelse av arkeologisk materiale ved hjelp av radioaktivt kulstoff, Naturen, *75,* 65 (1951).
34. Atomics *4,* 44 (1953) (kort not).
35. J. L. Kulp, C^{14}-measurements on geological samples, Atomics *4,* 96 (1953).
36. H. de Vries, G. W. Barendsen, A new technique for the measurement of age by radiocarbon, Physica *18,* 652 (1952).

Av ovanstående är nr 30—33 ett urval av översiktsartiklar av särskilt intresse för nordiska läsare.

Mätning av korta tider med växelström

Av läroverksadjunkt John Stenman, Uppsala

Prof. Dr. L. Bergmann, Wetzlar, har beskrivit en elektrostatisk metod att mäta korta tider med tillhjälp av växelspänning, i Zeitschrift für Physik Bd 129, S. 611 och i tidskriften Praxis (presenterad i detta nummer av Elementa s. 125) häfte nr 1, årg. 1952. I korthet kan metoden beskrivas sålunda.

En metallskiva beströs tunt med svavelblomma och anslutes kapacitivt till en växelspänning. Enklast sker detta genom en dubbelledare, vars ena tråd kapas i ena änden och andra tråd i motsatta änden (se fig. 1) — i likhet med gamla tiders anslutning till belysningsnätet som antenn till radio. Man kan också, om man så vill, ansluta plattan över ett högohmigt motstånd (ca 2 megaohm) direkt till nätet.

Fig. 1. Mätskiva.

Söker man sedan ta bort svavlet genom att föra ett finger över plattan, visar det sig, att svavlet stannar kvar med vissa mellanrum, så att spåret efter fingret blir tvärrandigt (fig. 2). Förklaringen härtill är helt enkelt den, att svavelkornen genom friktionen bli negativt laddade och attraheras av plattan, då den är positiv, samt repelleras av densamma (dvs. föres med av fingret), då den är negativ.

Om man nu, under det man för fingret över skivan, plötsligt jordar den (t. ex. genom att ta i den med andra handen), upphör teckningen. Av detta framgår, att en sådan skiva kan användas för att uppmäta ett tidsmoment, om man bara ordnar så, att plattan jordas vid början och slutet av detta tidsmoment. Ett annat alternativ är givetvis, att spänningen tillkopplas plattan i samma ögonblick, som tiden skall börja mätas, och frånkopplas, då tidsmomentet är slut, eller att plattan då jordas.

Det är inte bara svavelblomma, som visar denna egenskap. Mönja blir positivt vid friktionen. Även lykopodiumpulver (nikt) är utmärkt.

Den praktiska användningen av denna metod vid flera fysikaliska experiment har beskrivits av Dr. Jan Groeneveld i tidskriften Praxis (häfte nr 7 och 9 årg. 1952 samt nr 1 årg. 1953).

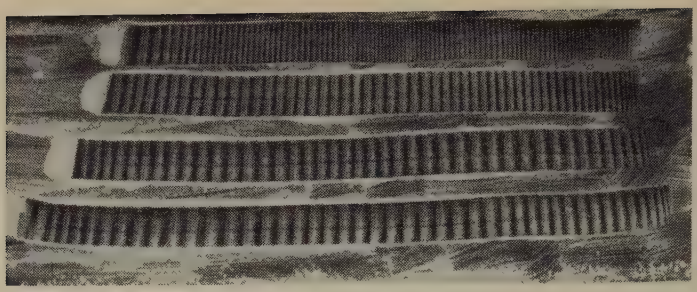


Fig. 2. Mätskiva med nikt.

Förf., som under besök i Göttingen sommaren 1952 lärde känna metoden, har under hösten 1952 och våren 1953 arbetat med tillämpning och utvidgning därav med särskilt sikte på lämpliga experiment och laborationer vanliga i Sverige. Därvid har maskinisten vid Högre allm. lärov. i Uppsala, herr A. Wahlgren, som förfärdigat i det följande nämnda apparater, kommit med många praktiska uppslag.

Nedan följer en redogörelse för några resultat. De flesta försöken demonstrerades på Föreningens för matematisk-naturvetenskaplig undervisning årsmöte i Stockholm i januari 1953.

Mätskivan är gjord av aluminiumplåt och ytterst tunt svartlackerad (storlek ca 60×20 cm). Lykopodiumpulver (nikt) har genomgående använts. För att åstadkomma friktionen har använts en smal fjädrande remsa av schablonmässing. Resultatet framgår av fig. 2. Vad

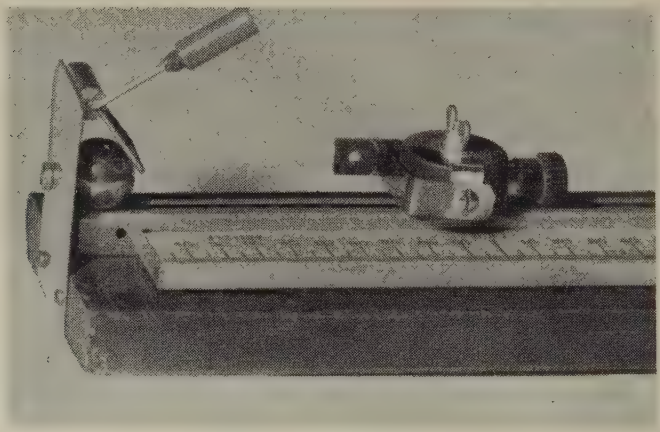


Fig. 3. Galilei ränna.

själva avläsningen av ränderna beträffar, göres den enklast, om man börjar räkningen på den första tydliga randen (svart t. ex.) med 1 och fortsätter med 2 på nästa svarta rand osv. Då har man ju endast att multiplicera resultatet med 2 för att få tiden i hundradels sek, eftersom periodtalet i Sverige numera överallt är 50. (Ex. 8 st svarta ränder=0,16 sek).

1. Galilei ränna

Själva rännan är gjord av en gardinstång, på vilken en stålkula rullar; se fig. 3 och kopplingsschemat fig. 4.

Då kulan befinner sig i startläge (se fig.), är mätskivan jordad genom denna och planet. Jordförbindelsen brytes, då kulan släppes och slutes åter, då denna träffar den förskjutbara spärren. Under rörelsen markeras alltså tiden på mätskivan.

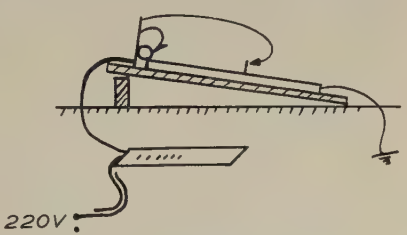


Fig. 4. Kopplingsschema.

Laborationer med denna apparat ha gjorts i läroverkets båda parallellavdelningar i R IV under hösten 1952. Nedanstående siffervärden äro hämtade ur en redogörelse.

För var och en av fallsträckorna (s) 20 cm, 40 cm och 60 cm gjordes fem bestämningar, varvid erhöllos följande tider (t):

I. 20 cm	II. 40 cm	III. 60 cm
0,68 sek	0,98 sek	1,20 sek
0,68	0,98	1,20
0,68	0,98	1,20
0,70	0,99	1,20
0,70	0,99	1,20

och accelerationer ($=2\ s/t^2$): 84, 82 och 83 cm/sek^2 resp.

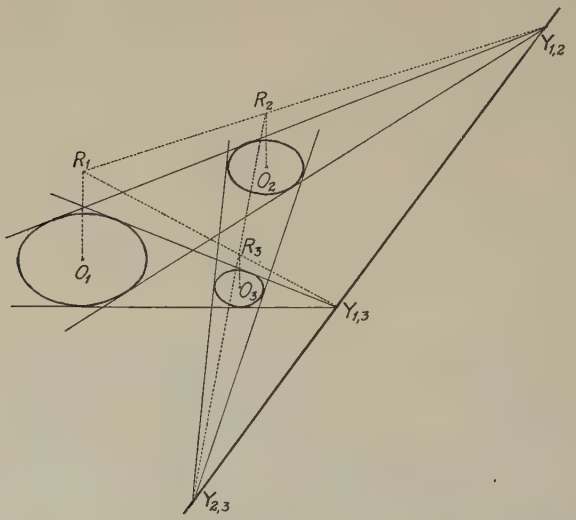
I ett följande nummer av Elementa komma några andra försök att beskrivas.

Om likställighetspunkterna till tre cirklar i ett plan

Av konsul David F. Larsson, Stockholm

De tre cirklarna förutsättas olika stora och med skilda centra. — Den yttre likställighetspunkten till två cirklar kan bestämmas sålunda. I varje cirkels medelpunkt, vinkelrätt mot papperets plan, uppreses en sträcka lika med radien i resp. cirkel.

I fig., som ej torde fordra några förklaringar, bestämmes den yttre likställighetspunkten till O_1 och O_2 av skärningspunkten $Y_{1,2}$ mellan linjen R_1R_2 och papperets plan och de övriga $Y_{1,3}$ och $Y_{2,3}$ på analogt



sätt. Genom detta sätt att överföra definitionen av likställighetspunkten från planet till rymden följer lätt beviset för att de tre cirklarnas likställighetspunkter ligga i rät linje.

De tre likställighetspunkterna $Y_{1,2}$, $Y_{1,3}$ och $Y_{2,3}$ ligga på linjerna R_1R_2, R_1R_3 resp. R_2R_3, alltså i planet $R_1R_2R_3$. Å andra sidan ligga de i papperets plan. Alltså ligga de i skärningen mellan dessa plan, dvs. i rät linje.

Ovanstående bevis har jag från professor M. Riesz, som för ett 30-tal år sedan visade mig det. Under årens lopp har jag å min

sida visat det för många matematikintresserade utan att träffa på någon som känt till det. Detta synes mig berättiga denna lilla presentation av saken för »Elementas» läsare.

Resonemanget ovan kan emellertid lätt utsträckas till att klarlägga sambandet mellan läget av de inre och yttre likställighetspunkterna.

För att ej minska figurens överskådlighet ha i det följande nämnda konstruktioner ej utförts i fig., vilket icke torde bereda läsaren någon svårighet.

Avsätt sträckorna åt motsatt håll under papperets plan samt beteckna deras ändpunkter med $\overline{R}_1$, $\overline{R}_2$ och $\overline{R}_3$ resp. Då är inre likställighetspunkten till O_1 och O_2 skärningspunkten $I_{1,2}$ mellan linjen $R_1\overline{R}_2$ (eller $\overline{R}_1R_2$) och papperets plan. Analogt för $I_{1,3}$ och $I_{2,3}$.

De tre likställighetspunkterna $I_{1,2}$, $I_{2,3}$ och $Y_{1,3}$ ligga på linjerna $R_1\overline{R}_2$, $\overline{R}_2R_3$ resp. R_1R_3. De ligga alltså i planet $R_1\overline{R}_2R_3$. Å andra sidan ligga de i papperets plan, dvs. i rät linje. Analogt för de övriga.

Detta torde vara det enklast möjliga och mest överskådliga sättet att bevisa de satser som gälla för de sex likställighetspunkterna:

1. De yttre ligga i rät linje.
2. Två av de inre ligga i rät linje med den tredje av de yttre.

Resonemanget här ovan synes mig vara ett vackert exempel på en av matematikens huvudprinciper: att ej låta binda sig av den givna formen. I föreliggande fall: att ej låsa fast sig i planet. Andra exempel på denna princip ha vi i erfarenheten, att många geometriska problem — det reella talområdet — låta elegantast härleda sig i det komplexa. I Stockholm ha vi en vacker praktisk tillämpning på denna princip i den s. k. Slusskarusellen.

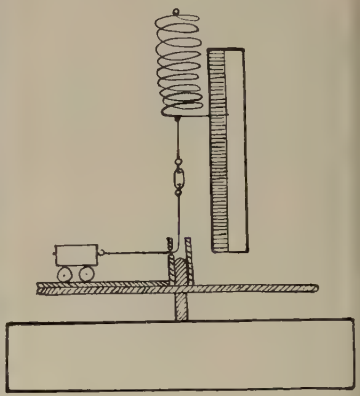
Lektor J. Andersson har haft vänligheten meddela, att W. Fiedler (1832—1912) använt ovan beskrivna metod i sitt år 1882 utgivna arbete »Zyklographie». Den intresserade hänvisas till Salmon-Fiedler: Analytische Geometrie der Kegelschnitte, neu herausg. von Fr. Dingeldey, 7. Auflage, sid. 416 och 444.

Anordning för demonstration av centralrörelse

Av fil. mag. Arne Elfving, Uppsala

I Beckman-Wetterblads lärobok i fysik, del III 5:e uppl. s. 21, lämnas en redogörelse för ett försök, som visar centripetalkraftens variation med kroppens vikt, rotationshastighet och radie. Försöket förutsätter, att man har lämplig apparatur. Här meddelas en enkel anordning.

På axeln till en vanlig resegrammofon sättes ett mässingsrör (se figurerna), som försetts med ett hål med avslipade kanter. En smal, hård pappskiva fästes radiellt på grammofontallriken. Genom hålet i mässingsröret ledes via en s. k. lekare en tråd från en dynamometer, upphängd i ett stativ, till en liten leksakstraktor (30 g), som således kan rulla i radiell riktning på tallriken. Traktorn kan dessutom belastas.



En grammofon ger en reglerbar, konstant hastighet; varvtalet bestämmes med stoppur eller tachometer. Vid mina försök har jag använt en känslig, hemmagjord dynamometer med ett 40-tal slingor av ca 25 cm diameter, gjord av pianotråd (diameter 0,5 mm). Med denna mäter man krafter upp till 60 p.

Vid mina försök har jag låtit eleverna avläsa dynamometern, när den obelastade traktorn placerats intill axeln och grammofonen inställts för lägsta varvtalet. Eleverna ha sedan fått konstatera, att dynamometerutslaget blir: a) det dubbla, när massan fördubblas, b) det dubbla när radien fördubblas och c) fyra ggr så stort, när varvtalet fördubblats.

I försök b) gäller det frågan hur radien skall mätas. Förf. har med gott resultat räknat med avståndet från axeln till traktorns bakre hjulpar. På detta stadium kan man ju inte gå närmare in på den frågan.

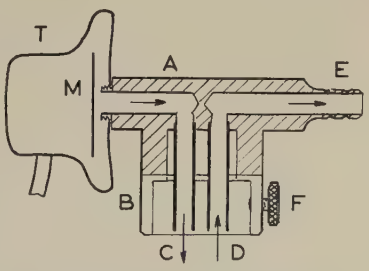
De nämnda tillbehören kunna lätt kopplas bort, så att grammofonen åter kan användas för sitt rätta ändamål.

Notiser

Ljudgivare för resonansförsök

Vid akustiska resonansförsök, såsom då man vill göra våglängdsbestämning genom att variera vattnets höjd i ett vertikalt glasrör, har man nästan alltid använt en stämgaffel som ljudgivare. Detta är olägligt av två orsaker: dels är det svårt att ställa in skarpt på ljudmaxima vid dämpad vågrörelse, dels störs andra laborantgrupper av det starka ljudet från den hårt anslagna stämgaffeln.

Bifogade halvschematiska figur visar en bättre anordning. Som ljudkälla användes membranet (*M*) i en vanlig hörtelefon. Cylindern *A* leder ned ljudet i interferensrummet via röret *C*, och röret *D* förbinder interferensrummet med cylinderns andra ända, *E*. Vid *E* sätter man på en gummislang, som leder till örat, eller en diktafonhörlur, om man så hava kan. Vid cylindern *A* är fästad en ringformad, upptill centralt öppen del *B*, med vilken apparaten fästes (*F*) vid det vertikala glasröret.



Hörtelefonen (*T*) drives av en tonfrekvensgenerator, till vilken flera apparater kan kopplas parallellt. En fördel ligger i att frekvensen kan varieras, och man kan t. ex. välja 440 p/s och 1000 p/s. Om man i pedagogiskt syfte önskar kalibrera generatorns skala, kan man »stämma» mot en stämgaffel. Eftersom ljudkällan ger en konstant ton och man tack vare slangen från *E* inte behöver hålla örat vid rörets mynning, kan *en* person utföra försöket och avläsa vattenytans lägen vid de successiva resonanserna.

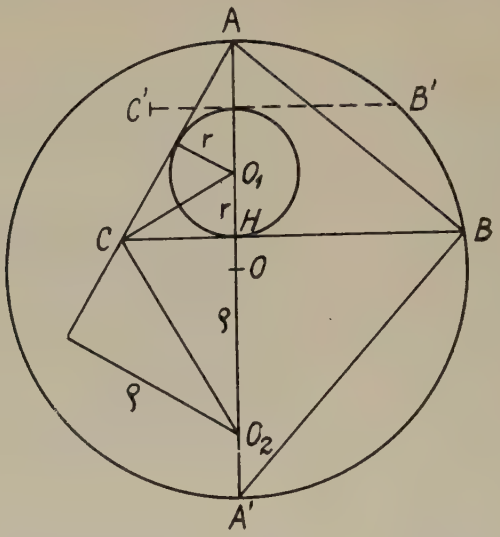
Det finns ett mindre antal apparater tillgängliga efter en samtillverkning för tekniska läroverk. En sådan kan tjäna som prototyp för egen tillverkning.[1]

Erik Ingelstam

[1] Upplysningar lämnas av docent E. Ingelstam, K. Tekniska Högskolan, Stockholm 70. (Red.)

Uppgift 7, allmän kurs i studentexamen vt 1953

För en regelbunden tresidig pyramid äro radierna R och r i det omskrivna och det inskrivna klotet givna. Radien ϱ i det vid basen vidskrivna klotet sökes. — Genom höjden $AH=h$ i pyramiden och en sidokant AB lägges ett plan, som i basytan skär ut höjden $BC=3a$.



Medelpunkterna i det omskrivna, inskrivna och vidskrivna klotet äro O, O_1 och O_2. De rätvinkliga trianglarna O_1CO_2 och ABA' ge

$$r\varrho=a^2 \qquad (1) \qquad \text{och} \qquad h(2R-h)=4a^2=4r\varrho \qquad (2)$$

Av likformiga trianglar erhålles $\varrho : r=(h+\varrho) : (h-r)$

varav
$$h=\frac{2r\varrho}{\varrho-r} \qquad (3)$$

Insättes detta i (2), erhålles efter förenklingar

$$\varrho^2-(R+r)\varrho+r(R+r)=0 \qquad (4)$$

$$\varrho=\tfrac{1}{2}(R+r\pm\sqrt{(R+r)(R-3r)}) \qquad (5)$$

Det finnes således två lösningar. Den andra pyramiden antydes i figuren endast av höjden $B'C'$ i basytan och toppen A'.

Ekvationen (4) kan även ges den enkla formen

$$\varrho^2=(R+r)(\varrho-r) \qquad \because\ \varrho : (\varrho-r)=(R+r) : \varrho \qquad (4\,a)$$

Av (3) erhålles då $h=2r(R+r) : \varrho$

Men $r(R+r)$ är produkten av ϱ-rötterna. De båda pyramidernas höjder bli därför

$$h_1=2\varrho_1\varrho_2:\varrho_1=2\varrho_2 \qquad \text{och} \qquad h_2=2\varrho_1 \tag{6}$$

Av (5) erhålles nu $\sqrt{(R+r)(R-3r)}=\pm(h-R-r)=d$ (7)
om d är avståndet mellan medelpunkterna i det omskrivna och det inskrivna klotet. Det övre eller nedre tecknet gäller, allteftersom h tillhör den pyramid, vars topp ligger närmast O eller O_1. I (5) gäller således omvänt det övre tecknet, om O_1 ligger närmast toppen.

Enligt (1) och (6) är $a_1^2h_1=\varrho_1rh_1=\varrho_2rh_2=a_2^2h_2$
varav synes, att de båda pyramiderna ha lika stora volymer.

Om man utbyter r och ϱ mot $-\varrho$ och $-r$, bli (2) och (3) oförändrade. Samma utbyte kan därför göras i de följande ekvationerna. Då blir (5)

$$2r=-(R-\varrho)\pm\sqrt{(R-\varrho)(R+3\varrho)} \tag{5'}$$

Endast en rot r_1 blir positiv. I st. f. (6) erhålles

$$h_1=-2r_2>0 \quad \text{och} \quad h_2=-2r_1<0$$

Väljes minustecknet i (5') erhålles

$$2r_2=-R+\varrho-\sqrt{(R-\varrho)(R+3\varrho)}$$

$$\sqrt{(R-\varrho)(R+3\varrho)}=h_1+\varrho-R=\delta \tag{7'}$$

om $\delta=OO_2$. Av (5') inses, att $\varrho<R$. Av (3) och (4 a) erhålles

$$h+2\varrho=2\varrho^2:(\varrho-r)=2(R+r)>2R$$

$$\delta+\varrho=h+2\varrho-R>R$$

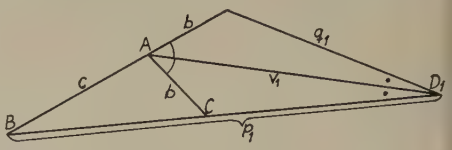
Kloten (O) och (O_2) skära således varandra.

Omvänt inses lätt, att om ett klot ligger helt innanför ett annat och avståndet mellan deras medelpunkter uppfyller villkoret (7), finnas två regelbundna tresidiga pyramider, som äro inskrivna i det större och omskrivna kring det mindre klotet, och deras volymer äro lika stora. Radien i vardera pyramidens vid basytan vidskrivna klot är hälften av den andra pyramidens höjd. Om kloten äro koncentriska och den ena radien 3 gånger den andra, finns dock endast en pyramid, en regelbunden tetraeder. Om två klot skära varandra och avståndet mellan medelpunkterna uppfyller villkoret (7'), finns endast en regelbunden tresidig pyramid, som är inskriven i det större klotet och har det mindre klotet vidskrivet vid basytan. Likheterna (7) och (7') äro Durrandes formler för d och δ, tillämpade på en regelbunden tresidig pyramid. [Se en uppsats av Danielsson i Elementa 28 (1945), 131.]

Agne Wahlgren

Yttre bissektrisens längd

Sedan man på något av de vanliga sätten härlett formeln $v^2=bc-pq$ för längden v av den inre bissektrisen till vinkeln A i triangeln ABC, som delar sidan a i delarna p och q, får man direkt motsvarande formel $v_1^2=p_1q_1-bc$ för längden av den yttre bissektrisen. Det räcker att spegla $\triangle ACD_1$ (eller ABD_1) i ytterbissektrisen AD_1, då man som fig. visar genast återkommer till den förstnämnda satsen.



Josef Andersson

Aktuellt

Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

hade kallat till vårmöte söndagen den 26 april kl. 9.30, och programmet upptog ett besök på Lantmäteristyrelsen i Stockholm, som sedan 200 år har sina lokaler förlagda till en 300-årig byggnad vid Västra Trädgårdsgatan.

Byrådirektör Sven Möller hälsade de närvarande välkomna och gav därefter en exposé över verkets arbetsuppgifter. Föreläsningen hölls i arkivet, där verkets samlingar av kartor och handlingar är förvarade. Ända till år 1938 har de geografiska kartorna över Sverige utarbetats på grundval av lantmäterikartor. Lantmäteristyrelsens kartarbete består numera huvudsakligen i upprättandet av kartor till grund för laga skiften, avstyckningar, gränsbestämningar, stadsplaner, byggnadsplaner, expropriationer m. m. Sådana kartor utförs i skalor från 1 : 400 till 1 : 8000, vanligen i 1 : 1000 och 1 : 2000.

Instrument och arbetsmetoder demonstrerades i den närbelägna Kungsträdgården av fem av verkets tjänstemän. Då antalet mötesdeltagare var litet, blev det tillfälle till ingående studium av instrumenten (teodolit, takymeter, distanstub och avvägningsinstrument). Särskild uppmärksamhet tilldrog sig det moderna avvägningsinstrumentet Zeiss Ni 2, som efter en hastig grovinställning automatiskt intar rätt horisontalläge.

Tillvägagångssättet vid uppmätning av baslinjer — vilket sker med förvånande stor noggrannhet — demonstrerades. Som baslinor används invarsträngar av 24 m längd. Trots att materialet är invar görs temperaturkorrektion. Givetvis korrigeras även för lutning, töjning

och strängens nedhängning (strängen spänns alltid genom i ändarna fästade vikter på 10 kg).

Efter denna förevisning utomhus vidtog i arkivet en demonstration av kartering samt beräknings- och utjämningsmetoder. Speciellt intresse tilldrog sig en enkel, sinnrik ortogonalkoordinatograf, som konstruerats efter en idé av distriktslantmätaren i Stockholm Lars Ljunggren.

Den tredje och sista delen av visningen upptog demonstration av stereoskop, stereomikrometer och verkets två stereoautografer, Wild A 5 och A 6. Den största av dessa kostar 175 000 kr., men detta belopp tjänar verket in på ett par år i det att arbetet kan utföras på kortare tid och kräver mindre mänsklig arbetskraft. Karteringen sker halvautomatiskt i maskinen, då ett i rymden rörligt mätmärke inställs på någon önskad detalj i en tredimensionell, förminskad optisk modell av terrängen, en stereomodell.[1]

Visningen var utmärkt ordnad och genomfördes perfekt. Byrådirektör Möller gav små mästerligt avfattade kommentarer till de olika momenten. Av intresse vore en översiktlig uppsats om det stereoskopiska seendet, dels som repetition för deltagarna och dels som någon ersättning för det värdefulla som icke närvarande medlemmar gick miste om.

Efter visningen intogs gemensam lunch på Operaterrassen.

Bror Gustaver

Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

höll söndagen den 12 april sitt årsmöte på Fysiska institutionen i närvaro av ett 60-tal medlemmar. I styrelsen invaldes efter laborator N. E. Fremberg, Lund, som avlidit under det gångna arbetsåret, och läroverksadjunkt T. Edqvist, Malmö, som undanbett sig återval, lektor J. B. Ohlsson, Hässleholm, och läroverksadjunkt F. H. Bernroth, Halmstad. Som föreningens kontaktman i Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning, Stockholm, valdes lektor E. Knave, Stockholm, i st. f. rektor E. Martens, vilken under året flyttat till Göteborg. Övriga styrleseledamöter omvaldes, nämligen lektor A. Leide, Lund, ordförande, rektor J. Hemmingsson, Malmö, v. ordförande, lektor B. Adell, Lund, sekreterare, läroverksadjunkt E. Malmsjö, Lund, kassaförvaltare, lektorerna A. Andersson och G. Arvidsson, Malmö, läroverksadjunkterna G. Brunnström, Kristianstad, och H. Dahlgren, Malmö, professor B. Edlén, Lund, läroverksadjunkt E. Gustafson, Hälsingborg, professor T. Gustafson, Lund, rektor H. Holmgren,

[1] Se B. Hallert, Fotogrammetri, Elementa 35 (1952), 93 och samme förf:s lärobok i fotogrammetri, Norstedt & Söner, Stockholm 1953. (Red.)

Skurup, lektor A. Jönsson, Malmö, professor K. Lundmark och lektor O. Lundquist, Lund, läroverksadjunkt R. Nordenstedt, Malmö, professor L. Smith och rektor S. Sjöberg, Lund. Som medlemmar i arbetsutskottet omvaldes hrr Edlén, Smith, Leide och Adell. Likaledes omvaldes som revisorer läroverksadjunkterna H. Lindholm och G. Weister, Malmö, samt som revisorssuppleanter fil. mag. B. Landgren och läroverksadjunkt E. Svensson, Malmö.

Efter årsmötesförhandlingarna höll lektor O. Lundquist först ett föredrag om »Avbildningsfel hos linser» och demonstrerade genom eleganta experiment de fem olika typer av geometriska avbildningsfel, som kunna härledas ur Seidels teori.

Efter en paus följde en diskussion om begreppet elektromotorisk kraft i fysik- och kemiundervisningen. Inledare voro licentiaterna Stig Andersson och L. B. Wärne, Lund, vilka framlade var sitt förslag till behandling av begreppet normalpotential i kemiundervisningen. Den förre fotade sin framställning på jämvikten mellan metall, metalljoner och elektroner vid en metallelektrod, den senare byggde huvudsakligen på den klassiska nernstska teorien.

Lektor Lundquist demonstrerade sedan en förbättrad metod att experimentellt undersöka sambandet mellan elektromotorisk kraft och summan av de yttre och inre potentialfallen i en strömkrets, och läroverksadjunkt H. Magnusson, Lund, upptog frågan »Kan begreppet elektromotorisk kraft införas i realskolans fysikundervisning?» Han gav en översikt över olika moderna läroböckers inställning till frågan och ansåg för egen del, att begreppet går att införa, men betonade, att om det skall införas, bör det göras grundligt, eljest bör det förbigås.

Slutligen diskuterades eftergranskningen av examensstilarna, speciellt i fysik. Lektor Leide, som inledde diskussionen, gav uttryck åt den harm och indignation, som läroverkslärarna känna över det sätt, på vilket eftergranskarna utfört sitt ömtåliga värv.

Birger Adell

Geometrien och provräkningen i realexamen

Under denna rubrik lämnar undervisningsrådet C. E. Sjöstedt några beaktansvärda upplysningar i senaste nr av Tidning för Sveriges Läroverk (30. 5. 1953). Undervisningsrådet S. skriver:

Genom cirkulär den 22 maj 1950 (»Aktuellt från Skolöverstyrelsen» s. 134) meddelade skolöverstyrelsen, att fordringarna vid provräkningen i realexamen skulle sänkas från och med vårterminen 1950. I cirkuläret meddelades vidare:

»Den tid, som på grund härav vinnes genom minskat behov av övningsräkning inom de kursmoment, som redovisas genom prov-

räkningen, skall komma studiet av geometrien tillgodo. Viss ökad vikt skall alltså från och med kommande läsår läggas vid geometristudiet. Någon förändring av de i provräkningen ingående uppgifternas karaktär kommer däremot icke att ske.»

. . .

Då jag fått det intrycket, att ifrågavarande anvisning inte haft erforderlig effekt, ville jag söka verifiera detta vid provräkningen vårterminen 1952. Då gavs två uppgifter av geometriskt innehåll, vilka redan givits i realexamen tidigare (vt 1943 resp. vt 1938) med endast smärre ändringar utan betydelse för uppgifternas lösning. Särskilt den senare av dessa uppgifter erfordrade, att geometrien på ett tillfredsställande sätt tillgodogjorts. Resultatet är mycket nedslående, såsom framgår av vidstående översikt.

		$\frac{n}{N}$	$\frac{r}{n}$	$\frac{r}{N}$
uppg. nr 6	vt 52	57,8 %	38,4 %	22,2 %
	vt 43	66,0 %	43,1 %	28,4 %
uppg. nr 7	vt 52	24,7 %	67,3 %	16,6 %
	vt 38	42,2 %	74,1 %	31,3 %

N = antalet examinander
n = antalet examinander, som behandlat uppgiften
r = antalet examinander, som behandlat uppgiften riktigt.

Särskilt resultatet av uppg. nr 7 är anmärkningsvärt: endast något mer än hälften av lösningsfrekvensen av år 1938 har uppnåtts.

. . .

Farhågorna att geometrien inte tillbörligt beaktas i undervisningen, synes därför besannade. Anvisningen i cirkuläret den 22 maj 1950 har uppenbarligen inte haft åsyftad effekt. På grund härav torde det vara nödvändigt med ytterligare åtgärder i denna riktning.

Skolöverstyrelsen har därför beslutat, att från och med provräkningen vårterminen 1954 viss förändring i hittillsvarande anordning skall vidtagas. Hittills har tre uppgifter av geometriskt innehåll givits, vilka placerats som nr 6, 7 och 8 ehuru i varje fall uppg. 6 och ofta även uppg. 7 till svårighetsgraden borde sättas före uppg. 5. Från och med vårterminen 1954 kommer fyra uppgifter av geometriskt innehåll att givas, varav en kommer att i svårighetsgrad kunna räknas bland skrivningens tre lättaste uppgifter.

Internationell matematikerkongress 1954

Den internationella matematikerkongressen år 1950 i Cambridge, Mass., beslöt att mottaga inbjudan från den holländska delegationen att avhålla nästa kongress i Holland. Det holländska matematiska sällskapet har nu utsänt cirkulär med inbjudan till internationell matematikerkongress i Amsterdam den 2—9 sept. 1954.

Kongressen kommer att fördelas på följande sektioner: 1. Algebra och talteori. 2. Analys. 3. Geometri och topologi. 4. Sannolikhetsräkning och statistik. 5. Matematisk fysik och tillämpad matematik. 6. Logik och matematikens grunder. 7. Filosofi, historia och undervisning.

Anmälan och förfrågningar insändas till: INTERNATIONAAL MATHEMATISCH CONGRES 1954, 2e Boerhaavestraat 49, Amsterdam, Holland.

Bokanmälningar

Erwin Schrödinger, *Science and Humanism.* Cambridge Univ. Press, London 1952, Pp. 67, 8s. 6d.

Den österrikiske nobelpristagaren, f. n. verksam som professor i Dublin, visar ånyo, att han är en vetenskapsman, som med klarhet och elegans kan popularisera sina egna och kollegornas forskningsresultat. Han ställer även dessa resultat i en levande relation till omvärlden. Han anser nämligen vetenskapens huvuduppgift vara, inte att söka nya tekniska landvinningar i form av alltmer fulländade elektriska våffeljärn eller alltmer förödande atombomber, utan att söka ett svar på Plotinos' retoriska fråga: »Och vi själva, vilka äro vi?»

När den modärne fysikern skall svara på detta eller på frågor om materiens natur, måste han till sin förargelse konstatera, att nästan samtidigt som han nått så långt, att han kan experimentellt påvisa enstaka atomer eller partiklar, så har han blivit tvungen att förkasta tanken, att en sådan partikel är en individuell storhet, som i princip alltid bevarar sin identitet. Det är en i den klassiska fysiken djupt rotad tankevana, av förf. kallad postulatet om en kontinuerlig beskrivning, som nu måste övergivas. Det finns »gap» i kontinuiteten, och vi kan inte säkert veta, om det är samma partikel vi observera vid skilda tillfällen. En orsak till misslyckandet anser förf. ligga däri, att det matematiska kontinuumbegreppet inte skulle vara lämpat för exakt beskrivning av naturföreteelser. Ett utförlig behandlat exempel (hämtat från Cantor) på en punktmängd med måttet noll och kontinuums mäktighet, får visa, att »det är någonting mystiskt med kontinuet».

I senare delen av boken redogör förf. för den lösning, den »nödfallsutväg», som vågmekaniken ger ur den klassiska fysikens dilemma. Vågmekaniken ger en komplett beskrivning, kontinuerlig i tid och rum, en beskrivning av *någonting.* Men man kan inte med säkerhet säga, att detta *någonting* är de observerade eller de observerbara fakta. Den av vågmekaniken lämnade beskrivningen skall i stället

fattas som en upplysning om observerade fakta och deras inbördes beroende. Men denna information är i ett viktigt avseende inte komplett. Gapen, som eliminerats ur den kontinuerliga vågbilden, har i stället dragit sig undan till kontaktstället mellan vågbilden och de observerbara fakta. Förf. klargör denna tankegång genom en ingående behandling av den interferensbild, som uppkommer, när två parallella spalter inskjutes mellan en ljuskälla och en fotografisk plåt.

Är då omöjligheten av en kontinuerlig beskrivning i tid och rum verkligen grundad på ovederläggliga fakta? De flesta moderna fysiker anser, att så är fallet. Förf. tar i samband med denna fråga upp Heisenbergs osäkerhetsrelation ur filosofisk synpunkt. Han påpekar, under framhållande av vissa egna invändningar, att denna famösa relation hotar att utsudda gränsen mellan subjekt och objekt.

Till sist behandlar förf. frågan, om den fysikaliska indeterminismen skulle kunna tillåta den fria viljan att stiga in i händelseförloppets diskontinuerliga gap på så sätt, att den fria viljan skulle bestämma de händelser, som naturlagarna lämnar obestämda? Tankegångar i den riktningen har framförts, först av den tyske fysikern Pascual Jordan, och sedan av Bohr. Förf. ansluter sig på denna punkt helt till Cassirer, som eftertryckligt påvisat absurditeten i att basera den fria viljan, inklusive människans etiska uppförande, på en fysikalisk slump.

Tord Hall

Erwin Lohr, *Mechanik der Festkörper,* W. de Gruyter o. Co., Berlin 1952, 483 S., DM 39.60.

Föreliggande arbete, som var avsett att ingå som första volym i ett trebandigt verk över teoretisk fysik, har nu genom författarens frånfälle kommit att utgivas separat. Man kan beklaga att den ursprungliga planen härigenom ej kommit till utförande, då behovet av en modern läroboksmässig framställning av den teoretiska fysiken med ungefär den valda omfattningen länge förelegat. Boken torde emellertid göra god nytta som den föreligger, även utanför det egna språkområdet, då det lyckats författaren i densamma få med åtskilliga resultat av den nyare forskningen på området. Innehållet framgår av kapitelrubrikerna. Del I: Allmän mekanik och fasta kroppars mekanik: 1. Rum, tid, rörelse, 2. Vektorer, hastighet, acceleration, 3. Grundbegrepp och dynamikens grundekvationer, 4. Gravitationsfält, 5. Kompletterande grundbegrepp och ekvationer, 6. Stela kroppars jämvikt, 8. Mekanismer med och utan friktion, 9. Dynamikens principer, 10. Viktiga speciella rörelser. Relativ rörelse. Del II: Deformerbara fasta kroppars mekanik: 1. Grundbegrepp och elasticitetsteoriens grundekvationer, 2. Allmänna satser, 3. Några användningar, 4. Elasti-

citet, plasticitet och hållfasthet, 5. Elastiska svängningar med en och ett fåtal frihetsgrader, 6. Endimensionella vågor, 7. Två- och tredimensionella elastiska vågor, 8. Stöt.

Innehållet täcker i huvudsak vad som — med den risk som alltid ligger i klichéer — skulle kunna betecknas som materialfysik, så långt materialens egenskaper kunna förstås med den klassiska mekanikens hjälp. Vektor- och koordinatbeteckningar förekomma omväxlande — enligt anmälarens åsikt med full rätt, då härigenom fördelarna med båda metoderna framträda. Den ytterst koncentrerade framställningen har någon gång förlett författaren till en viss typografisk oklarhet, t. ex. vid uppdelningen av en allmän matris i en symmetrisk och en antisymmetrisk på sid. 209.

Författarens i och för sig berömvärda strävan att följa upp forskningens senaste resultat har tyvärr lett till vissa brister i överskådligheten i det att på sådana i snabb tillväxt varande områden som kroppars plasticitet stora delar av innehållet placerats i fotnoter, av vilka åtskilliga sträcka sig över flera sidor. Om fullständighet kan givetvis ändock icke bli tal och den personliga smaken måste härvid respekteras. Möjligen skulle man dock önskat att några meddelade detaljer fått vika för en fylligare systematisk utredning av den centrala frågan om sambandet mellan spänning och deformation vid sammansatta spänningstillstånd. Ävenså saknar man på svängningsläran fullständigt ett så aktuellt begrepp som självinducerade svängningar. Förekomsten av ett register ville man gärna lovorda men finner till sin besvikelse att blott vissa citerade författare där medtagits, andra oförklarligt nog icke. Bortser man från de gjorda anmärkningarna och möjligen ett par till, kvarstår likväl det faktum att författaren på 483 sidor lyckats få fram en innehållsrik modern lärobok. *Folke G. Odqvist*

Walter Breidenbach, *Das Delische Problem.* (Die Verdoppelung des Würfels) 2. Aufl. B. G. Teubner, Leipzig 1952, 59 S., DM 2.30.

Det klassiska problemet om kubens fördubbling har här blivit föremål för en grundlig och uttömmande behandling. I första hälften av boken återges de historiskt mera betydelsefulla lösningsförsöken, såväl exakta som approximativa. Den senare hälften omfattar det korta beviset för att uppgiften är omöjlig i sin klassiska formulering, dvs. genom konstruktioner med enbart passare och linjal, samt de relativt långa förberedelser, som behövs för denna slutsats.

Det pedagogiska framställningssättet gör, att det lilla häftet väl torde lämpa sig som enskilt arbete på gymnasiet. *Tord Hall*

Ritchie Calder, *Atomer, radar, penicillin, vitaminer.* Naturvetenskap av i dag. Gebers, 231 s., kr. 12:75.

Författaren är en engelsk journalist, som har specialiserat sig på vetenskaplig journalistik. Han berättar trevligt och underhållande, både om vetenskapliga fakta och mänskliga öden och äventyr. Han tyckes ha råkat en avsevärd del av de forskare, vilkas verk han skildrar, och därmed blir ju framställningen mera levande och personlig.

Under samlingsrubriken »Atomer» presenteras Rutherford och hans skola. Man får veta allehanda om den store fysikern, från hans härstamning ända fram till hans bouppteckning och sista vila bredvid Newton i Westminster Abbey. Även familjen Curie granskas på ett samtidigt intimt och älskvärt sätt. Man får t. ex. veta, att Marie Curie i en anteckningsbok år 1898 noterat, att hon funnit ett nytt grundämne, som skulle få namnet RADIUM, och några dagar senare, att dottern Irène nu hade femton tänder. Det var den Irène, som längre fram i livet skulle bli delaktig av familjens tredje nobelpris. Då hade hon även hunnit med att gifta sig med sin kamrat på laboratoriet Frédéric Joliot.

Det är stundom i samband med dylika familjära notiser som läsaren ävenledes blir bekant med atomfysikens utveckling, atom-modellen (med kärna och elektroner), Cockcroft och Waltons experiment, Kapitzas djärva försök och hela raden klassiska upptäckter. Rutherford, själv den förste som sprängde en atom, fick aldrig uppleva atomenergiens tekniska frigörelse. Hans »livslånge vän» Otto Hahn inträder på scenen och därpå i snabb följd skaror av andra forskare. Namnen Hiroshima och Nagasaki tala världshistoria.

Nästa stora kapitel behandlar radar och elektronikens utveckling. Tredje avdelningen ägnas penicillin och moderna läkemedel. Fjärde och sista avdelningen behandlar vitaminerna och andra biokemiska upptäckter. Varje avsnitt innehåller även anvisning på lämplig litteratur för vidare studium. Dessa förteckningar har översättaren kompletterat och överarbetat, så att materialet blivit mera anpassat för svenska förhållanden.

Det är både svårt och mödosamt att väl översätta en bok som denna. Man kan ej begära, att översättaren skall behärska alla facktermer, men man kan kräva, att en fackman får vara med om att läsa korrektur. Med ett sådant enkelt arrangemang skulle förlaget lätt kunnat undvika en beklaglig rad fadäser, som tyvärr gör boken mindre idealisk som premiebok. Några exempel:

För *likström* och *växelström* (*direct current* och *alternating current*) har översättaren nyskapat termerna *direkt ström* och *föränderlig ström*. Grundämnena *bor* och *kisel* kallas *boron* och *silikon*. *Kemikalie*

har ändrats till (ett) *kemikalium*. Ögats välkända *tappar* benämnas *koner*, alltså ordagrant efter engelska *cones*. Torium anses vara »välbekant som klädsel i vanliga gasklockor». Det låter apokryfiskt, men en stråle ljus lyser i dunklet, när man betänker, att det finnes toriumoxid i en glödstrumpa, som på engelska benämnes *gas-mantle*. *Digits* betyder *siffror* och inte *rester*. Pasteur sysslade med optisk aktivitet hos vinsyra och fann, »att kristaller av vinsyra böjde av en ljusstråle åt vänster, men om jäst tillsattes så böjde den resulterande syran ljuset åt höger». Framställningen är oklar redan i den engelska texten, men den borde bättrats i den svenska upplagan.

Den ogripbare Tryckfelsnisse har även varit framme. Namnet på den norske forskaren Leif Tronstad stavas i engelsk text: Lief Tronstad, i översättning: Leif Troustad. Andra misstänkta spår äro t. ex. då *half-a-milligram* ändrats till »*ett halvt gram*» (plutonium). *Langerhans*, vars »öar» finnas i bukspottkörteln, får både på engelska och svenska heta *Langherans*. — Kommateringen är sparsam, vilket måhända är att fatta som ett tidens tecken. *J. Tandberg*

N. Feather, *Nuclear Stability Rules*. Cambridge University Press 1952, Pp. 162, 20s. net.

Författaren har på basis av ett ytterst omfattande empiriskt material sökt finna olika slags regelbundenheter och samband inom kärnfysiken. Denna bok är icke avsedd att läsas från pärm till pärm utan bör i stället användas som uppslagsbok vid teoretiska spekulationer över kärnornas uppbyggnad. För att icke binda läsaren vid några bestämda föreställningar härvidlag har författaren i görligaste mån avsiktligt avstått från egna spekulationer samt dessutom från att korrelera de empiriskt funna regelbundenheterna med redan förefintliga teorier. *Kai Siegbahn*

W. Aldous and Sir E. Appleton, *Thermionic Vacuum Tubes*. 6th Ed. Methuen & Co., London 1952, Pp. 160, 9s. 6d. net.

I början på trettiotalet utkom en liten bok på Methuen's förlag med ovanstående titel och författad av Appleton, den kände engelske jonosfärforskaren. Denna bok har länge varit en av de bästa, mera kortfattade framställningar om radiorör och deras verkningssätt som förekommit. Den föreliggande boken utgör en omarbetning och modernisering av Appleton's bok. Såvitt undertecknad kan finna har denna bearbetning avsevärt ökat bokens läsvärdhet. Utan att sidantalet behövt nämnvärt ökas har en hel del nytt material som tillkommit under de sista tjugo åren kunnat medtagas i den nya upplagan. Innehållet

och behandlingen av elektronrörens egenskaper är i stort sett den gängse. Först behandlas diodens, triodens och flerelektrodrörens verkningssätt, varefter principerna för förstärkning, likriktning och återkoppling illustreras med enkla exempel. Olika typer av röroscillatorer diskuteras och en redogörelse lämnas för de moderna principerna för alstring av ultrahöga frekvenser. Bokens styrka ligger framför allt i den väl genomförda sovringen av materialet inom detta jätteområde. Det förefaller som om nybörjaren här får sig serverat det väsentligaste utan att bli förvillad av onödiga detaljer. *Kai Siegbahn*

F. P. Bowden and A. D. Yoffe, *The Initiation and Growth of Explosions in Liquids and Solids.* Cambridge Univ. Press 1952, Pp. 104, 22 s. 6 d net.

Under det senaste årtiondet har F. P. Bowden och hans medarbetare utfört ett betydelsefullt forskningsarbete rörande initieringen och explosionens utbildning i fasta och flytande sprängämnen. Undersökningarna påbörjades i Australien och har fortsatts i Cambridge, där dr Bowden föreståt Research Laboratory on the Physics and Chemistry of Surfaces. Den föreliggande monografin, som ingår i serien Cambridge Monographs on Physics, innehåller en välskriven redogörelse för dessa arbeten. De utmärkas av stor elegans och resultaten torde vara av intresse långt utanför specialisternas krets.

Bowden och medarbetare har t. ex. visat att om en fast kropp släpar mot ett underlag upphettas kontaktpunkterna redan vid måttliga tryck och hastigheter, till så höga temperaturer att de utsänder synligt ljus.[1] Vid friktion av metall mot glas sker detta desto lättare ju sämre metallen leder värme. Med stål mot glas börjar dylika »temperaturkärnor» visa sig, då friktionskraften är t. ex. 1 kp och hastigheten 1,1 m/s. (Bowden har också, tillsammans med Tabor, skrivit en monografi om friktionsmekanismen: The Friction and Lubrication of Solids. Oxford Univ. Press 1950.) Om glasskivan fuktas med nitroglycerin, börjar explosionsförloppet vid en »temperaturkärna». Vid stötinitiering bildas temperaturkärnor av små luftblåsor och luftinneslutningar, som upphettats genom adiabatisk kompression.

Intressant är också redogörelsen för de metoder som använts för att studera dessa snabba förlopp. I regel har försöken utförts med så små sprängämnesmängder, att de utan olägenhet kunnat ske i en vanlig laboratorielokal. *C. H. Johansson*

[1] S. k. hot spots. Civilingenjör Sven Malmström har vid översättning av ett föredrag som dr Bowden 1948 höll i Tekniska Fysikers Förening kallat dem »temperaturkärnor». (Tekn. Tidskr. 79 (1949), s. 791—796).

Forest K. Harris, *Electrical Measurements.* John Wiley & Sons, Inc., New York 1952, Pp. xiii+784, $ 8.00.

Den mättekniska handbokslitteraturen avseende likström samt kraft- och tonfrekvent växelström är rik och föråldras inte lika snabbt som motsvarande högfrekvenstekniska litteratur. Man kan räkna med att en all-round handbok av det förstnämnda slaget fyller en dyliks uppgift i rimlig utsträckning ca 10 år framåt; därefter blir den supplerande tidskrifts-, katalog- och speciallitteraturen för besvärlig att hålla reda på. En idealisk handbok i elektrisk mätteknik och instrumentlära uppträder emellertid inte vart tionde år; de mångsidigt erfarna författarna på området ha alltid varit få. Dr Harris är eminent kvalificerad; han är sedan 1923 verksam vid National Bureau of Standards, sedan 1941 lärare i elektrisk mätteknik vid George Washington University och sedan 1940 biträdande redaktör i Review of Scientific Instruments. Hans bok täcker hela likströms- och lågfrekvensområdet från rutinmätning till högprecisionsmätning. Alla kategorier av mättekniker bli väl tillgodosedda, bäst kanske finsmakarna. »The author believes that the art of measurement is as much a matter of one's attitude and way of thinking as it is a collection of devices and techniques ...» Framställningen är exceptionellt klar och koncis. — Boken är avsedd även som lärobok; författaren ger inledningsvis den mindre förfarne många goda råd, av vilka särskilt följande förtjänar citeras: »... the author suggests that there may be profit to the reader in approaching the subject as an exercise in mental discipline rather than simply as a collection of embalmed facts or as a compendium of recipes for getting things measured.» Som helhet torde boken dock verka förbryllande på en studerande med gles laborativ bakgrund. *Torsten Jönsson*

E. H. S. Burhop, *The Auger Effect.* Cambridge Univ. Press 1952, Pp. 188, 27s. 6d. net.

Då en exciterad eller joniserad atom eller molekyl reorganiseras, sker detta vanligen genom att strålning emitteras. I vissa fall är det energetiskt möjligt att den vid reorganisationen frigjorda energin överföres till en elektron, som tillhör samma atom, varvid elektronen lämnar atomen med viss kinetisk energi.

Sådana strålningsfria övergångar i atomer, som är joniserade i inre skal, kallas vanligen Auger-effekt. Förklaringen till dylika fenomen iakttagna i Wilson-kammare gavs först av Auger (1925).

Den i serien Cambridge Monographs on Physics ingående boken av Burhop behandlar utförligt och översiktligt de strålningsfria övergångarna i samband med de inre atomskalen och kärnan. Däremot

vidröres endast flyktigt en del andra fall. Genom denna medvetna begränsning vinner boken i klarhet och översiktlighet.

Både röntgen- och kärnfysiker har nytta av boken. Auger-effekten kan sägas ha en tvåfaldig inverkan på röntgenspektra. Dels påverkar den linjeintensiteterna, dels lämnar den atomen dubbelt joniserad i de inre skalen. Röntgenstrålningen från dessa dubbelt joniserade atomer består av s. k. satellit-linjer. Förf. uppehåller sig i ett stort avsnitt vid dessa problem, varvid speciellt Coster-Kronig-övergångarna studeras.

För kärnfysikens del är det speciellt kapitlen V och VI som är av intresse, där »internal conversion» av gammastrålning behandlas. Utförliga referenser till experimentella undersökningar och beskrivning av experimentell metodik ökar värdet av boken. Ytterligare ett kapitel av intresse för kärnfysiker berör något Auger-effektens betydelse vid meson-infångning. *G. Ekspong*

G. Ahlmann—G. Karlsson, *Lärobok i kemi och materiallära.* Gleerups förlag, Lund 1952, 214 s., kr. 6:—.

Denna lärobok, som är avsedd för lärlings- och yrkesskolor och »skriven för elever utan förkunskaper i dessa ämnen», innehåller fyra delar: I. Kemi (Karlsson) 35 s., II. Järn- och stålframställning samt materialprovning (Ahlmann) 88 s., III. Övriga metaller och metallegeringar (Ahlmann) 32 s., IV. Övriga material (Karlsson) 47 s.

Varje del är uppdelad i korta kapitel, som avslutas med frågor och i en del fall även med räkneuppgifter.

Författarna framhålla i förordet, att »kemidelen behandlar den oorganiska kemin och endast de delar av densamma, som erfordras för att eleven tillfullo skall förstå materialläran. Försöken utföres så, att den intresserade på fritid med enkla medel kan göra dem och liknande.»

Det är ganska besvärligt att avgöra vad som bör medtagas i en så kortfattad kemikurs. Men en sak torde vara ofrånkomlig. Det som ingår skall vara i sak riktigt.

Kemidelen är skriven på ett mycket valhänt sätt och innehåller en mängd direkta felaktigheter. Här *några* exempel: »Så kan t. ex. alkohol i obegränsad mängd lösas i vatten, likaså klorgas» (s. 12). Stenkol betecknas med C (s. 19). Syrgasframställning (s. 25): »Temperaturen på luften sänkes till —230°, varefter temperaturen sakta höjes ...». Sid. 28 sönderdelning av vatten i vattensönderdelningsapparat: »en elektrisk likström på 150—200 volt och ett par ampere släppes genom vattnet». Sid. 29: »En förening mellan en metall och vatten kallas hydroxid». På s. 32 påstås, att alla syror med vissa metaller bildar

vätgas, och som ex. anges bl. a. zink och salpetersyra samt magnesium och salpetersyra. Sid. 39: »De organiska ämnena innehåller alltid kol och väte».

Frågeställningen är ofta minst sagt underlig, och försöken kan eleven svårligen utföra på fritid med enkla medel, hur intresserad han än är. Flera gå överhuvud ej att utföra enligt de anvisningar, som gives.

Järn- och stålframställningen har ägnats stort utrymme, men är liksom övriga delar skriven på ett språk, som elever på det stadium, boken närmast är avsedd för, absolut inte kan fatta.

Med andra ord boken kan enligt ref:s mening i dess nuvarande skick knappast användas till det ändamål, den är avsedd för.

T. Bergkvist

Imperfections in Nearly Perfect Crystals. Editorial committee: W. Shockley, J. H. Holloman, R. Maurer, F. Seitz. John Wiley and Sons, Inc., New York 1952. Pp. 490, $ 7.50.

I oktober 1950 hölls en konferens i Pocono Manor, USA, som behandlade defekter i nästan perfekta kristaller. En lång rad vetenskapsmän framlade där de senaste teorierna och experimentella resultaten. Såväl föredrag som diskussioner har nu publicerats i en rikt illustrerad volym, som försetts med mycket utförliga referenslistor. Den utgör därför en ytterst värdefull sammanfattning över detta nya område, som tycks få så stor betydelse för förståelsen av fasta kroppars fysik och kemi. — Volymen är indelad i fyra avdelningar med rubrikerna: »On the nature of imperfections in nearly perfect crystals», »The role of imperfections in deformation», »Diffusion and related phenomena» och »On the properties and effects of external and internal surfaces of crystals».

Att här referera de 17 föredragen med åtföljande diskussioner är inte möjligt. Förteckningen över författarna upptar en hel rad internationellt berömda namn som garantera volymens värde. *M. Hillert*

Henri Guérin, *Traité de manipulation et d'analyse des gaz.* Masson & Cie, Paris 1952. 636 p. 4500 fr. (häft.), 5100 fr. (inb.).

Henri Guérins arbete om analys av gaser är mycket innehållsrikt. Det börjar med en historik på några sidor och fortsätter sedan med en allmän arbetsmetodik, mätning av gasvolymer, mätning av tryck, framställning och rening av gaser osv. Allt mycket detaljerat.

I följande avsnitt ger författaren en översikt över analysmetoder från de enklaste Orsatapparaterna till moderna masspektrografer. Materialet har delats upp i olika klasser, fysikaliska och kemiska

separationsmetoder, analysmetoder utan föregående separation osv., men är ändå en aning oöverskådligt.

En stor del av boken ägnas åt analysmetoder för diverse vanliga gaser genom hela periodiska systemet från väte till uranföreningar. För de flesta gaserna finnas uppgifter på viktigaste karakteristiska data, framställning, rening, kvalitativ och kvantitativ analys och i förekommande fall även uppgifter på toxicitet, explosionsgränser osv.

Bokens sista avsnitt behandlar användningen av gasanalys inom olika tekniska områden, för kontroll av förbränning, inom petroleumindustrien osv. Denna del är ganska kortfattad och ger endast en översikt över använda metoder.

För övrigt är boken som sagt mycket innehållsrik och är därför mycket lämplig som uppslagsbok. Härtill bidrar i hög grad ett detaljerat register på ca 50 sidor. *Axel Johansson*

Bengt, Löf, *Elkraft.* Svenska Bokförlaget — Norstedts, Stockholm 1952, 40 s. kr. 2: 50.

B. Stensland, *Karl-Erik blir bilmekaniker.* Svenska Bokförlaget — Norstedts, Stockholm 1952, 30 s., kr. 2: 40.

Häftena ingår som nr 26 resp. 27 i serien »Från kunskapens fält». Det första, om »Elkraft», handlar om Sveriges försörjning med elektrisk energi. Författaren ger en orientering över hur vattenfallens energi omvandlas till elektrisk kraft och hur denna sedan överföres och utnyttjas, hur förbrukningen varierar under dagen och under året och mycket annat. Lättläst och trevligt.

Det andra häftet är avsett som yrkesorientering för blivande bilmekaniker, men innehåller mycket om motor och växellåda och annat, som intresserar de flesta pojkar. Och så får man upplysning om vad som fordras av en bilmekaniker, vad han får göra, vilka skolor som finns och vilka framtidsutsikter han har. *Bengt Liljeqvist*

Perstorpsboken. Plastteknisk handbok, utg. av Skånska Ättiksfabriken AB, Perstorp. Utarbetad av Lorens Kleiner under medverkan av Jean Cedvall och Tommy Kjellman. C. A. Strömbergs förlag, Stockholm 1950, 426 s., ca 40 principskisser och 150 fotografier, kr. 22: —.

Med den oerhört mångsidiga användning som plastmaterialen fått på snart sagt alla livets områden är det att hälsa med största tillfredsställelse, att en handbok av föreliggande slag utkommit på svenska språket, i vilken fackmannen kan finna en mångfald viktiga upplysningar beträffande framställning och bearbetning av plastmaterial men där även lekmannen kan få en god orientering över hela området.

Bokens textdel är uppdelad på fyra kapitel: framställning av plast-

materialen, metoder för formgodstillverkning, konstruktion och formgivning samt provning av pressmaterial. Boken avslutas med en omfattande litteraturförteckning, en tabelldel, en svensk-engelsk-tysk plast-teknisk ordlista samt ett person- och sakregister.

Det förstnämnda kemisk-tekniska kapitlet, som omfattar ungefär halva boken, är uppställt enligt en av civ.ing. Bengt Oom utarbetad systematik som inleder detta avsnitt. För varje plasttyp redogöres först i korthet för den historiska utvecklingen, därefter för ifrågakommande utgångsmaterial, för framställningsförfarandena, för egenskaper, bearbetningssätt och användningsområden. Texten beledsagas av kemiska formler och flytschemata, och varje avsnitt avslutas med en kort litteraturförteckning. Författaren (författarna) har eftersträvat ett kort och koncist språk och den nya terminologin och nomenklaturen inom plastområdet och även inom den organiska kemin är strikt tillämpad.

De följande mekanisk-tekniska kapitlen ge råd och anvisningar beträffande formgivning av plastmaterial för olika ändamål och härför lämplig maskinell utrustning. I kapitlet om provning redogöres för bestämning av såväl mekaniska som elektrotekniskt viktiga egenskaper.

Anmälaren har icke haft tillfälle att detaljgranska det rikhaltiga siffermaterialet i de omfattande tabellerna beträffande de olika plasternas materialegenskaper, utan får inskränka sig till att framhålla det stora värdet, att allt detta har blivit systematiskt och överskådligt sammanställt till stor glädje för fackmannen. — Den i de olika litteratursammanställningarna anförda litteraturen är omfattande och är genomgående av mycket färskt datum.

Ett synnerligen förnämligt verk har åstadkommits i intimt samarbete mellan författare, utgivare och bokproducenter.

K.-I. Skärblom

Clement Duval, *Manipulations de chimie.* Deuxième éd., Masson & Cie, Paris 1951, 382 p., 2500 fr.

Boken riktar sig enligt förordet till kemi- och farmaciestuderande. Den utgöres av över 700 syntesanvisningar för oorganiska och organiska substanser. Syntesernas svårighetsgrad svarar ungefär mot fordringarna för två betyg i magisterexamen. De apparater och substanser som behövas för försöken förefalla i allmänhet att vara lätt tillgängliga.

Synteserna äro indelade allt efter de metoder som komma till användning vid utförandet. Så innehåller den oorganiska delen kapitel om framställning av gaser, inverkan av gaser på fasta kroppar och vätskor, hydrolysreaktioner, oxidations- och reduktionsreaktioner osv. Den organiska delen beskriver först några metoder att identifiera

kolväten med dubbelbindningar, alkoholer, aldehyder, ketoner m. fl., varefter författaren övergår till synteser som gå att utföra med metallorganiska föreningar, främst då Grignard-föreningar. Sedan följer metoder att införa olika grupper i molekyler (F, Cl, Br, J, NO_3, osv.), oxidations- och reduktionsreaktioner, kondensation, omlagring och diazoteringar. Till de flesta synteserna finnes litteraturen angiven. Mellan det oorganiska och organiska avsnittet ligga några fysikaliskt-kemiska försök inströdda.

Boken kan som helhet rekommenderas. Enligt anmälarens uppfattning är kapitlet om gasers framställning och rening särskilt läsvärt, speciellt som dessa ting bruka behandlas mycket sparsamt eller inte alls i liknande synteshandledningar. *Bengt Aurivillius*

Hedström—Rendahl—Ekbom, *Algebra och planimetri.* 8:e uppl. Svenska Bokförlaget (Bonniers), Stockholm 1952, 285 s., kr. 8:75.

I den nya upplagan ha vissa moment såsom diofantiska ekvationer, tals delbarhet och ett stort antal ekvationssystem av högre grad utgallrats. Nya avsnitt ha tillkommit, räknestickan har fått ett kapitel, läran om negativa tal ett annat. Adjunkt L. Ekbom har med pietetsfull hand verkställt omarbetningen. Vid denna torde vissa direktiv från förlaget beträffande innehåll och omfattning ha följts.

Läroverken kunna gratuleras till den nya upplagan av den välkända och utmärkta läroboken. *S. Bågman*

PRAXIS der Physik, Chemie und Photographie im Unterricht der Schulen. Aulis Verlag, Frankenberg/Eder, DM 4,50 für das Quartal.

Första årgången av ovanstående tidskrift utkom 1952 med ett nummer i månaden. Dess syfte är att stå i undervisningens tjänst. Varje häfte innehåller en avdelning för fysik, en för fotografi och en för kemi.

Den *fysikaliska* avdelningen är den mest omfattande. Den innehåller artiklar av intresse för såväl hög- som lågstadium. Utom dessa mer omfattande artiklar finns ett avsnitt »Praktische Winke» och »Einfache grundlegende Versuche», med många värdefulla råd och synpunkter. Den bästa presentationen torde vara att ange några artikelrubriker i de olika häftena: »Einfaches Verfahren zur Mikroprojektion», »Quantitative Messungen mit dem Spitzenzähler», »Nomographische Metoden im Physikunterricht», »Objektive Vorführung der Na-linie in Emission und Absorption», »Die Stellung der Wetterkunde im physikalischen Unterricht», »Verwendung eines Grammofonwerkes».

Den *fotografiska* delen, som tryckes på ett särskilt fint papper, gör ett förnämligt intryck med sina vackra fotografier och värdefulla artiklar dels om kameran, om exponering och framkallning, dels om

det rent konstnärliga målet vid fotografering. I Tyskland är ej laborationer i fysik obligatoriska, men frivilliga övningar utnyttjas i största utsträckning av eleverna. Ett omtyckt gebit är därvid fotografering. Även i Sverige förekommer ju enskilt arbete och frivilligt arbete av liknande slag, varför ovanstående elementärt tillrättalagda handledning torde vara välkommen.

Den *kemiska* avdelningen upptar artiklar av såväl teoretiskt som experimentellt intresse, exempelvis »Ein Vorschlag zur Behebung didaktischer Schwierigkeiten bei der Darbietung der allgemeinen Chemie», »Von Küpenfarbstoffen mit Schulversuchen», »Der chemische Unterrichtsversuch aus Aufbauteilen».

Som sammanfattning kan sägas att »Praxis», utan att för våra behov vara uttömmande, dock är ett utomordentligt komplement till våra egna tidskrifter. Mångsidigheten och lättillgängligheten gör den till ett intressant studium med många friska impulser i skolarbetet.

John Stenman

Recensenter i detta häfte: fil. dr B. Aurivillius, Stockholm; lektor T. Bergkvist, Stockholm; läroverksadjunkt S. Bägman, Stockholm; assistent G. Ekspong, Uppsala; lektor T. Hall, Kalmar; civilingenjör M. Hillert, Stockholm; laborator Axel Johansson, Stockholm; docent C. H. Johansson, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; assistent B. Liljeqvist, Stockholm; professor F. G. Odqvist, Stockholm; professor Kai Siegbahn, Stockholm; laborator K.-I. Skärblom, Sundbyberg; läroverksadjunkt J. Stenman, Uppsala; professor J. Tandberg, Stockholm.

Gradualavhandlingar[1]

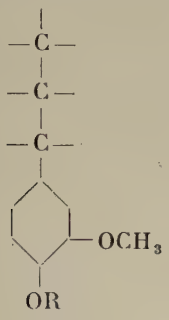
Bengt O. Lindgren, *The Sulphonatable Groups of Lignin.* Disp. vid Stockholms Högskola den 10 maj 1952. Opponenter: docent Bengt Lindberg och docent Erich Adler.

Vedens huvudbeståndsdelar är ju som bekant cellulosa, hemicellulosa och lignin. För att separera ligninet från de övriga beståndsdelarna i veden måste man använda sura och alkaliska reagens som på olika sätt förändrar ligninet. Detta försvårar studiet av ligninet i avsevärd grad. En annan svårighet består däri att ligninet ej kan kvantitativt nedbrytas till enkla beståndsdelar så som t. ex. de högpolymera kolhydraterna kan hydrolyseras till monosackarider, och proteiner till aminosyror.

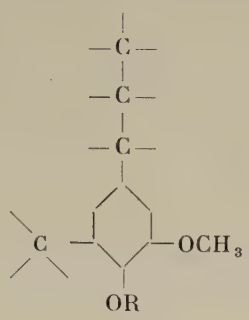
För närvarande kan man med säkerhet säga att ligninet är upp-

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

byggt av fenylpropan-monomerer, som sinsemellan är hopbundna med eter- och kol-kol-bryggor. Genom oxidativ nedbrytning av olika ligninderivat till substituerade benzaldehyder och bensoesyror har man funnit att bensolkärnorna i ligninets monomerer är substituerade på olika sätt i olika växter. I t. ex. gymnospermer är de substituerade som i formlerna I och II (R=alkyl eller väte)



I



II

Professor Holmberg har visat att benzylalkoholer och benzyletrar i flera avseenden reagerar som lignin. Bl. a. överföres de, liksom lignin, till sulfonsyror vid upphettning med sulfitlösningar. (Denna reaktion hos ligninet har stor teknisk betydelse då den utgör huvudreaktionen vid framställning av pappersmassa av ved enligt sulfitkokprocessen.) Han drog därav den slutsatsen att den av kolatomerna i ligninets propansidokedja, som står närmast bensolringen, är substituerad med en hydroxyl eller eter-grupp.

Genom professor Hägglunds undersökningar över ligninets sulfonering är bekant, att ligninet innehåller två typer av sulfonerbara grupper. Den ena typen, grupperna A, sulfoneras både av sura och neutrala sulfitlösningar; den andra typen, grupperna B, sulfoneras endast av sura sulfitlösningar.

I rubricerade arbete har visats att de sulfonerbara grupper som betecknats med A ytterligare kan uppdelas i två typer; dels sådana som sulfoneras mycket snabbt av neutrala sulfitlösningar, grupper X, dels sådana som sulfoneras betydligt långsammare, grupper Z. Ligninet skulle således innehålla tre typer av sulfonerbara grupper: X, Z och B.

Jämsidigt med dessa undersökningar av ligninets sulfonering studerades även sulfoneringen av olika benzylalkoholer och benzyletrar. På grundval av dessa studier antogs att grupperna X är p-hydroxybenzylalkoholer eller p-hydroxybenzyletrar, grupperna Z p-alkoxybenzylalkoholer, och grupperna B p-alkoxybenzyletrar.

PER-OLOF KINELL, *A spectrophotometric study of polymethyl methacrylate. Construction of a recording raman spectrograph.* Uppsala 1953. Disp. i Uppsala den 29 januari 1953. Opponenter: docent SVEN BROHULT och fil. kand. ARTHUR BENGTSSON.

Makromolekylers bildning och egenskaper ha tidigare studerats med ett flertal olika metoder, bl. a. ultracentrifugering, diffusion, ljusspridning, strömningsdubbelbrytning, osmos, viskositet. Därvid har man erhållit värdefulla resultat beträffande makromolekylernas storlek och form samt egenskaperna hos deras lösningar i olika lösningsmedel. Man har även kunnat studera själva bildningsprocessen men informationerna här ha icke blivit lika fullständiga. Det har därför varit nödvändigt att göra en komplettering av de tidigare undersökningsmetoderna. Föreliggande arbete utgör en studie av de spektrofotometriska metodernas möjligheter.

Avhandlingen beskriver användningen av raman-, infraröd- och ultraviolettspektra. För att kunna studera ramaneffekten har en fotoelektrisk, direktregistrerande spektrograf konstruerats. Denna består av ett lamphus innehållande lågtryckskvicksilverlampor med stor intensitet, en kommersiell prismaspektrograf och registreringsanordningar. Spektrografens utgångsspalt avbildas på katoden till en multiplikatorcell. Strömmen från fotocellen förstärkes och likriktas samt får mata en skrivare av potentiometertyp. Genom att föra utgångsspalten längs fokalplanet kan spektralområdet 4000—6000 Å bekvämt registreras.

Med denna spektrograf har ramanspektra från monomer och polymer metakrylsyremetylester upptagits. Intensiteterna på linjerna ha mätts relativt $\Delta\nu$ 459 cm^{-1} i koltetrakloridens spektrum. De så erhållna spridningskoefficienterna kunna bestämmas med en noggrannhet av $\pm 0{,}003$ enheter, vilket för de starkaste linjerna betyder en relativ avvikelse på $\pm 1\,\%$. Den polymera substansen visar ett spektrum, som till sin natur icke på något sätt skiljer sig från dem som erhållas från lågmolekylära ämnen. Spektra ha även upptagits från polymeriserande blandningar. Härvid ha de förändringar, som under polymerisationen äga rum inom vissa grupper i molekylen, kunnat följas. Särskilt tydlig är intensitetsminskningen för det konjugerade systemet $-\overset{|}{C}=\overset{|}{C}-\overset{|}{C}=0$.

I fortsättningen av avhandlingen behandlas ultraviolettabsorption i samband med studiet av ändgruppsstrukturen hos makromolekyler bildade på olika sätt. I det fall att bensoylperoxid använts som initiator erhålles ett spektrum i området 250—290 mμ, vilket är karakteristiskt för bensoatgrupper. Den samtidiga närvaron av fenylgrupper är heller icke utesluten. Ur de specifika extinktionskoefficienterna har antalet

ändgrupper kunnat beräknas. Dessa äro i allmänhet två, vilket visar att kedjetillväxten stoppats genom kombination av två växande radikaler.

Slutligen har användningen av infrarödspektra studerats. Absorptionsbanden för polymetylmetakrylat ha noga fastlagts. Vissa ändringar i bandens intensitet med molekylvikten ha konstaterats, ävensom ändringar beroende på om substansen undersökts som lösning eller som film. Jämförelse mellan lågmolekylära fraktioner från polymerisat framställda med eller utan användning av bensoylperoxid ha visat, att de förra innehålla ett nytt band vid 13,96 μ. Då föreningar innehållande bensoatgrupper ha sin kraftigaste absorption vid 14,05 μ är detta resultat i överensstämmelse med vad som funnits med hjälp av ultraviolettabsorption.

Olof Hanner, *Retraction and extension of mappings.* Disp. vid Stockholms Högskola den 25 okt. 1952. Opponenter: prof. Jakob Nielsen, Köpenhamn och docent Hans Rådström, Stockholm.

Avhandlingen berör vissa klasser av topologiska rum och utvidgningar av avbildningar av dessa rum på varandra.

En bekant sats inom teorin för kontinuerliga funktioner av en reell variabel säger, att om det gäller för en funktion f definierad på ett slutet intervall (a, b) att $f(a)<0$ och $f(b)>0$, så är $f(x)=0$ för något x i intervallet (a, b). Vanligen uppfattar man denna sats som givande en egenskap hos intervallet (a, b); den framhäver ju att intervallet är sammanhängande.

Man kan emellertid också uppfatta den som givande en viss egenskap hos den delmängd X av tallinjen som består av alla punkterna utom punkten 0. Låt Y beteckna intervallet (a, b) och B den slutna delmängden av Y, som består av punkterna a och b. Låt $f(a)<0$ och $f(b)>0$ vara givna. Vi har alltså f definierad på B med funktionsvärden i X. Satsen säger att denna funktion inte kan utvidgas till en kontinuerlig funktion på hela intervallet Y, fortfarande med funktionsvärden i X. Dvs. X har följande egenskap: Det finns en punktmängd Y och en sluten delmängd B sådana att vissa funktioner på B med värden i X inte kan utvidgas till hela Y.

Om man emellertid som X tager hela tallinjen, blir funktionerna med funktionsvärden i X helt enkelt de reellvärdiga funktionerna. För dessa kan man visa följande.

Låt B vara en sluten delmängd av tallinjen Y och låt f vara en reellvärdig kontinuerlig funktion definierad på B. Då kan den utvidgas till hela Y. (Komplementärmängden till B på Y består av ett högst uppräkneligt antal öppna intervall. Man gör utvidgningen så, att den utvidgade funktionen blir lineär på varje sådant intervall.)

Man uttrycker detta genom att säga att X (dvs. tallinjen) är ett utvidgningsrum. Vi såg förut att om man tog bort en punkt från linjen var den inte längre ett utvidgningsrum.

Den så givna definitionen av utvidgningsrum beror på vilka Y och B som tillåtes; vanligen tager man Y och B ur någon given klass av topologiska rum. Om man t. ex. låter Y vara ett godtyckligt metriskt rum och B en sluten delmängd av Y, kan man sålunda visa att räta linjen fortfarande är ett utvidgningsrum.

Avhandlingen sysslar med utvidgningsrum relativt olika klasser av topologiska rum. Det visar sig, att ju större klassen av topologiska rum är ur vilken Y och B får hämtas, ju färre utvidgningsrum finns det.

Osias Gruder, *Zur Theorie der Zerlegung von Permutationen in Zyklen,* (Arkiv för matematik, band 2, nr 20, sid. 385—414, Stockholm 1952). Disp. i Uppsala den 13 december 1952. Opponenter: Harald Bergström, professor vid Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, fil. dr Bengt Stolt, Uppsala, och fil. dr Karl-Gustav Hagstroem, Stockholm.

Uppdelning av permutationer i cykler är av betydelse vid flera undersökningar tillhörande gruppteorin. Problem sammanhängande med denna uppdelning tillhöra dock kombinatoriken och delvis den additiva talteorin. J. J. Sylvester har i tre 1861 publicerade avhandlingar uppställt 5 satser beträffande framställning av permutationer som produkt av cykler utan gemensamma element. Tre av dessa satser har Sylvester bevisat; dessa satser bestämma antalet permutationer, för vilka antalet cykler är ett givet tal, vidare antalet permutationer, vilkas samtliga cykler äro av jämn ordning, samt antalet permutationer med cykler av udda ordning. De två av Sylvester utan bevis publicerade satserna avse permutationer sönderfallande i cykler av en ordning som är $\equiv 1 \pmod{m}$.

Förf. uppställer och löser fullständigt följande allmänna problem: Man skall bestämma antalet av alla permutationer av n element, vilka vid uppdelning i cykler utan gemensamma element endast uppvisar cykler, vilkas ordningar tillhöra ett givet värde-förråd av ett ändligt eller oändligt antal hela positiva tal $a_1, a_2, \ldots, a_n \ldots$ Detta allmänna problem löses delvis genom generalisering av Sylvesters metod (kap. 1 och 2), delvis med egna metoder (kap. 3—5). Bl. a. införes en »kombinatorisk matrix», vars definition utvisar en viss analogi med definitionen av en determinant: Värdet av en »kombinatorisk matrix» definieras som en summa av produkter, varvid de i produkterna ingående faktorerna karakteriseras genom indices. Tar man summan över alla *kombinationer* av indices (kombinationer med upprepningar), så får

man värdet av den kombinatoriska matrisen på samma sätt som man erhåller värdet av en determinant genom summering över alla *permutationer* av indices. Med hjälp av en kombinatorisk matrix löser förf. en rekursionsformel (i analogi med att determinanten löser lineära ekvationer).

En del av avhandlingen sysslar med det speciella fallet, att man som värdeförråd för cyklernas ordningar väljer en aritmetisk serie a, $a+b$, ... Detta specialfall behandlas ingående, då detsamma innefattar alla av SYLVESTER behandlade fall samt dessutom tillåter ytterligare användningar. Väljer man exempelvis $a=2$, $b=1$, så får man ett sedan början av 1700-talet bekant kombinatoriskt problem, le problème des recontres.

I kap. 6 visas, att de av SYLVESTER uppställda fem satserna kunna uppfattas som specialfall av en av förf:s satser samt härledas ur en av hans rekursionsformler. Härmed bevisas samtidigt de två av SYLVESTER utan bevis publicerade satserna. Avhandlingens kap. 7—9 innehåller användningar av de erhållna resultaten samt vissa generaliseringar. Här betraktas permutationer med cykler av ordning $\geqq a$. Genom talet a uppdelas alla permutationer i ett visst antal klasser. Det visar sig, att man genom två av förf. uppställda symboliska rekursionsformler får en fullständig bild över sammansättningen av dessa klasser. Arbetets slutkapitel behandlar kvoten mellan antalet $n!$ och antalet permutationer i vissa speciellt definierade klasser. Växer n över alla gränser, får man som gränsvärde av kvoterna bl. a. det transcendenta talet π och den Eulerska konstanten C. De på denna väg erhållna uttrycken för π och C kunna i viss mån uppfattas som »kombinatoriska definitioner» av dessa tal. En analog »kombinatorisk definition» för det transcendenta talet e var sedan EULERS tid bekant.

Tidskrifter

Populär radio, Stockholm 1953: 3—5.

Ur innehållet: Växelströmmars medelvärde och effektivvärde; Konstruktion av bandspelare; Televisionsmottagaren, hur den beräknas och konstrueras; Detektorenhet för lokalmottagning; Populärt om amplitudmodulering (AM) och frekvensmodulering (FM); FM-rundradion enkelt förklarad; Storbildprojektion av television; Pentoden som nätdrossel. Ett stort antal notiser om apparater och mätinstrument.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1953: Februari.

Ur innehållet: Rumfordmedaljen til Lars Onsager; Scintillasjonstelleren og dens anvendelsemuligheter i kjernefysisk forskning; Den teoretiska fysikens ställning vid de nordiska universiteten; Uran-reaktorn, atomenergien og bombene. Eksamensoppgaver i fysikk i matematisk-naturv. embedseksamen 1950—51.

Naturen, Bergen 1952: 12—18, 1953: 1—4.

Ur innehållet: En ny vulkan av Mt. Pelée-typen; Bakterier i sjøen; Bemerkninger om fysikk og fysikere; Vannstoffjoner fra solen og deres betydning for nordlysteorien; Hydrologiske og meteorologiske følger av menneskets endring av naturforholdene i Sovjet-Samveldet; Om Cortison og ACTH; Klimasvingninger og mulige årsaker til dem; Klorofyllpreparatene — en kjempebløff; Temperaturforhold hos dyr og mennesker; Kvelstoff-utskillelsen i den dyriske organisme.

Discovery, London 1953: March, April, May.

Ur innehållet: Adrenal Steroids and ACTH; Count Rumford (1753—1814); The Science of Orchestral Instruments; The Idea of Organic Evolution; Titanium; Soil Tilth, Its Scientific Aspects; Sleep and Oxygen Supply; Artificial Fibres; Destructive Sea Waves and Surges; Direction-Finding in Birds; Can Machines Think?; Metals and Modern Aircraft. Ett stort antal notiser under rubriken »Progress of Science».

Endeavour, London 1953: January, April.

Ur innehållet: The micro-analysis of the inert gases; Detergent action; Bacterial polysaccharides; Pharmacological aspects of chemicals in food; Tracer technique in biosynthesis; A Newton collection; Alkaloids in plants; Polyelectrolytes; The Szilard-Chalmers effect. Bokanmälningar.

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, Ltd., London 1953:

H. Rouse—J. W. Howe, *Basic Mechanics of Fluids.* Pp. 245, $ 4.50.
W. L. Healy—A. H. Rau, *Simplified Drafting Practice.* Pp. 156, $ 5.00.
W. E. Milne, *Numerical Solution of Differential Equations.* Pp. 275, $ 6.50.
J. L. Doob, *Stochastic Processes.* Pp. 654, $ 10.00.
Ch. E. Clark, *An Introduction to Statistics.* Pp. 266, $ 4.25.
W. G. Cachran, *Sampling Techniques.* Pp. 330, $ 6.50.
Charnes—Cooper—Henderson, *An Introduction to Linear Programming.* Pp. 74, $ 2.50.
A. A. Frost—R. G. Pearson, *Kinetics and Mechanism.* A Study of Homogeneous Chemical Reactions. Pp. 343, $ 6.00.
L. F. Audrieth—J. Kleinberg, *Non-Aqueous Solvents.* Pp. 284, $ 6.75.
F. A. Geldard, *The Human Senses.* Pp. 365, $ 5.00.
Experimental Nuclear Physics. Vol. I. Editor: E. Segré. Contributors: Staub, Bethe, Ashkin, Ramsay, Bainbridge. Pp. 789, $ 15.00.
B. T. Scheer, *General Physiology.* Pp. 613, $ 7.00.
R. Wistar, *Man and His Physical Universe.* Pp. 488, $ 4.75.

R. B. Braithwaite, *Scientific Explanation.* Cambridge Univ. Press, London 1953, Pp. 375, 40 s. net.
N. Feather, *Nuclear Stability Rules.* Cambridge Univ. Press, London, 1953, Pp. 162, 20 s. net.
T. S. E. Thomas, *Physical Formulae.* Methuen, London 1953, Pp. 118, 8 s. 6 d. net.
H. S. W. Massey, *Science in Action.* Elek Books, London 1953, Pp. 174, 16 s. net.
S. Toulmin, *The Philosophy of Science.* Hutchinson, London 1953, Pp. 176, 8 s. 6 d. net.

Forts. s. 148.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1861) *Fyra punkter A, B, C, D äro givna på en cirkel. Bestäm punkten P i cirkelns plan så, att avstånden* AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 *från de givna punkterna till tyngdpunkterna för punktgrupperna P, B, C, D; P, C, D, A; P, D, A, B; P, A, B, C respektive bli sinsemellan lika.*

V. Thébault.

1862) *Om man sätter*

$$(-x-y-z)^n+(-x+y+z)^n+(x-y+z)^n+(x+y-z)^n=nP_n,$$

vilket samband råder mellan P_2, P_3 *och* P_5*?* *X.*

1863) *Undersök hur många lösningar* $0 \leqq x < 2\pi$ *det finns till ekvationen* $a \sin x + b \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ *för olika värden på a och b.*

Gör samma undersökning för ekvationen $a \sin^n x + b \cos^n x = (\frac{1}{2})^n \sin^n 2x$. $n=2, 3, 4 \ldots$ *M. Tideman.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1864) Om i en aritmetisk serie $t_7^2 - 2t_5^2 + t_3^2 = 1$, vilket värde har $t_{70}^2 - 2t_{50}^2 + t_{30}^2$?

Svar: 100.

1865) Den stora Keopspyramiden, som numera är något stympad i toppen, är (i princip) uppbyggd av ett antal kvadratiska, på varandra liggande horisontella stenskikt, alla med samma tjocklek 1,25 m och av vilka det understa har sidan 230 m, det däröver sidan 228 m osv. med en minskning av 2 m för varje nytt skikt till det sista, vars sida är 10 m. Beräkna pyramidens höjd samt den sammanlagda yta, som är synlig från sidorna och toppen.

Svar: höjden 138,75 m, ytan 119 500 m².

1866) Beräkna volymen av nyssnämnda pyramid.

Svar: 2 567 800 m³.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1864, 1867—1869 äro insända av *X.*, 1865—1866, 1872—1874 av *B. Svenonius*, 1870—1871 av *A.-S. Löfquist*, 1875 av *Yngve Ekedahl.*

1867) I en regelbunden tresidig pyramid är H höjden mot basytan, h höjden mot en sidoyta och n kortaste avståndet mellan två motstående kanter. Visa, att $1:n^2-1:h^2=1:3H^2$.

1868) Tangenten i punkten A på kurvan $y=x^3+px^2+qx+r$ är parallell med x-axeln och skär kurvan i B. Om tangenten i B är vinkelrät mot tangenten i kurvans centrum, vilka äro då de spetsiga vinklarna i den av dessa tre tangenter bildade triangeln?

Svar: 30° och 60°.

1869) Tre givna linjer bilda en triangel med ytan T. Den omskrivna cirkelns radie är R. Man väljer en punkt P på en av linjerna och fäller normalerna PU och PV mot de bägge återstående. Sök minimum för fotpunkternas avstånd UV.

Svar: $T:R$.

1870) Två räta linjer med de variabla vinkelkoefficienterna k och $2k$ vrida sig kring punkterna A (0; 1) resp. B (1; 0). Linjerna skära varandra i punkten C. Uttryck ytan (y) av triangeln ABC som funktion av k och undersök, hur denna varierar.

Svar: $y=|k+1{,}5+1:2k|$; $k-\infty\to-1\to-\frac{1}{2}\sqrt{2}\to-\frac{1}{2}\to0\to\frac{1}{2}\sqrt{2}\to+\infty$

$y+\infty\searrow0\nearrow1{,}5-\sqrt{2}\searrow0\nearrow+\infty\searrow1{,}5+\sqrt{2}\nearrow+\infty$

1871) Ur en sfär med radien r utskäres en oktant av tre mot varandra vinkelräta plan genom medelpunkten O. De radier, som äro kantlinjer i oktanten, kallas OA, OB och OC. I denna inskrives en tresidig pyramid $DEFG$, så att D och E äro mittpunkter på OA och OB. Hörnet F ligger på OC och G på den buktiga ytan så, att OG är vinkelrät mot planet DEF. Uttryck pyramidens volym ($=y$) som funktion av den vinkel x som planet DEF bildar med planet AOB och studera funktionen.

Svar: $y=R^3\sqrt{2}(\sqrt{8}-\sin x):96\cos x$; $y_{\min}=R^3\sqrt{14}:96$ för $x=20{,}70°$. Gränsmaxima $R^3:24$ och $R^3:12$ för $x=0$ resp. $70{,}53°$.

1872) De normaler till kurvan $y=x^2+a$, som bilda 45° med positiva resp. negativa x-axeln, skära varandra i punkten A samt x-axeln i B och C. Bestäm a, så att ytan av triangeln ABC blir en ytenhet.

Svar: $\frac{1}{4}$ eller $-1\frac{3}{4}$.

1873) Linjerna $x-2y=0$ och $x-2y+4=0$ skäras i första kvadranten av en rät linje, som med dessa och axlarna bildar två trianglar och ett parallelltrapets, alla lika stora. Sök linjens ekvation.

Svar: $x+y-2\sqrt{2}-4=0$.

1874) En rät linje genom punkten $(-2;\ 0)$ skär kurvan $y=x^2$, så att den uppkomna kordan är lika lång som den mellan koordinataxlarna belägna delen av den räta linjen. Sök dennas riktningsvinkel.

Svar: $25{,}27°$ eller $96{,}73°$.

1875) Skillnaden mellan två hela tal är a; det ena är ett primtal p. Subtraheras detta från det andra talets kvadrat, erhålles ett kvadrattal. Angiv talen såsom funktioner av p samt sambandet mellan a och p.

Svar: p och $\frac{1}{2}(p+1)$; $p=2a+1$.

Lösn. till uppg. 1834—1836

1834) *I triangeln ABC är I den inskrivna cirkelns medelpunkt. Visa, att* $IA+IB+IC\leqq 2(R+r)$. *G. Danielsson.*

Enligt en känd formel är $AI=r:\sin\frac{1}{2}A=4R\sin\frac{1}{2}B\cdot\sin\frac{1}{2}C$ etc., varför olikheten övergår i $2\Sigma\sin\frac{1}{2}A\sin\frac{1}{2}B\leqq 1+4\sin\frac{1}{2}A\sin\frac{1}{2}B\sin\frac{1}{2}C$. Då högra ledet $=\Sigma\cos A$, erhålles $2\Sigma\sin\frac{1}{2}A\sin\frac{1}{2}B\leqq\Sigma\cos A$ eller $\Sigma(\sin\frac{1}{2}A+\sin\frac{1}{2}B)^2\leqq 3$ (1). Nu är i varje triangel $a\cos B+b\cos A=c$ etc. dvs. $(b\cos C+c\cos B)\cos B+(c\cos A+a\cos C)\cos A=c$ eller $\cos^2A+\cos^2B+\frac{b}{c}\cos B\cos C+\frac{a}{c}\cos A\cos C=1$. Genom cyklisk permutation fås ytterligare två sådana likheter. Adderas sedan alla tre ledvis, erhålles $2\Sigma\cos^2A+\Sigma(\frac{b}{c}+\frac{c}{b})\cos B\cos C=3$, varur $\Sigma(\cos A+\cos B)^2=3-\Sigma(\sqrt{b/c}-\sqrt{c/b})^2\cos B\cos C$ (2). Tillämpas (2) på den *spetsvinkliga* triangel, som har vinklarna $90°-\frac{1}{2}A$, $90°-\frac{1}{2}B$, $90°-\frac{1}{2}C$, följer (1) jämte upplysningen, att likhet råder endast i liksidiga trianglar.

Anm. I. Enl. sinusteoremet kan (2) även skrivas $\Sigma(\cos A+\cos B)^2=3-\Sigma\cot B\cot C(\sin B-\sin C)^2$.

Anm. II. Om k_a är kordan för halva den utanför sidan a liggande bågen av den omskrivna cirkeln och k_b och k_c ha motsvarande betydelse, kan (1) även skrivas $\Sigma 1:k_a\leqq 1:r+1:R$, ty k_a är radie i cirkeln BIC och enl. Eulers relation är $R^2-d^2=IA\cdot k_a=2Rr$.

G. Danielsson.

Även löst av *A. Lødemel, I. Gunsjö* och *X.*

1835) *Förkorta bråket*

$$\frac{(\sin\alpha\sin\beta+\sin\beta\sin\gamma+\sin\gamma\sin\alpha)\sin(\alpha+\beta+\gamma)-\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma-\sin(\alpha+\beta+\gamma)}$$

X.

Nämnaren n blir efter uppdelning $4\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)$. Täljaren t blir $2\sin\alpha\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\cos\frac{1}{2}(\beta-\gamma)\sin(\alpha+\beta+\gamma)+$

$+2 \sin\beta \sin\gamma \sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma) \cos\frac{1}{2}(2\alpha+\beta+\gamma)$. Efter förkortning erhålles $t=\cos\frac{1}{2}(\beta-\gamma)\,[\cos(\beta+\gamma)-\cos(2\alpha+\beta+\gamma)]+[\cos(\beta-\gamma)-\cos(\beta+\gamma)]\cos\frac{1}{2}\cdot(2\alpha+\beta+\gamma)$. Sätt $\beta+\gamma=2x$, $\beta-\gamma=2y$, $2\alpha+\beta+\gamma=2z$, så blir $t=\cos y\cdot(\cos 2x-\cos 2z)+\cos z\,(\cos 2y-\cos 2x)=\cos y\,(2\cos^2 x-2\cos^2 z)+\cos z\,(2\cos^2 y-2\cos^2 x)=(2\cos^2 x+2\cos y\cos z)(\cos y-\cos z)$. Då $n=2(\cos y-\cos z)$, erhålles efter förkortning $\frac{1}{2}(2\cos^2 x+2\cos y\cos z)=\frac{1}{2}(\cos 2x+\cos(y+z)+\cos(y-z)+1)=\frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\beta+\gamma)+\cos(\alpha+\gamma)+1)$. *S. B.*

Även löst av *A. Lødemel* och *I. Gunsjö.*

1836) *Bestäm genom att betrakta tripler av hörn i en regelbunden dodekaeder den vinkel i en triangel som står mot en sida av längden* $a\sqrt{2}$, *om de övriga sidorna äro: 1) a och diagonalen i en regelbunden femhörning med sidan a, 2) a och diagonalen i ett regelbundet pentagram med sidan a, 3) diagonalen i en regelbunden femhörning och ett regelbundet pentagram, båda med sidorna a. (I pentagrammet ABCDE (A) kallas den linje, som förenar två icke successiva hörn (AC och AD t. ex.) diagonal; AB och BC äro sidor.)* *N. J.*

Om femhörningen $ABCDE$ med diagonalen a är en sidoyta i en regelbunden dodekaeder samt $AA_1 \ldots . EE_1$ kantlinjer, konstaterar man med hjälp av en modell och kroppens symmetriegenskaper omedelbart följande. Emedan A_1E_1DB är en kvadrat med sidan a ($A_1D=a\sqrt{2}$), $A_1B_1C_1D_1E_1$ en reg. femhörning med sidan a och DD_1 diagonal i ett pentagram med sidan a, hör triangeln A_1DD_1 till fall 3) och vinkeln A_1D_1D sökes. På liknande sätt hör triangeln A_1AD under 2), varvid vinkeln A_1AD sökes samt triangeln A_1DC_1 till 1) med vinkeln A_1C_1D som den sökta. Emellertid är denna supplement till vinkeln $EDC_1=A_1AD$. Alla sökta vinklar återfinnas därför i det likbenta parallelltrapetset A_1ADD_1. Vinklarna i 1) och 3) äro supplement till vinkeln i 2). Om nu A_1A och D_1D utdragna råkas i X, är vinkeln AXD supplement till vinkeln ZYB, där Y är det femte hörnet i sidoytan A_1ABB_1Y och ZY den med D_1D parallella kantlinjen, ty YB är parallell med A_1A. Men vinkeln ZYB är lika med vinkeln A_1AD, varför triangeln AXD är liksidig. De sökta vinklarna äro alltså i ordning 60°, 120° och 60°. *X.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

Mars 1953

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. Ett jordområde har formen av en triangel med ytan 0,42 ha. Två sidor äro 112 m respektive 147 m. Hur stor är vinkeln mellan dessa sidor?
2. Ytan av en romb är 25 % av ytan av en kvadrat med lika stor sida som romben. Beräkna det exakta värdet av förhållandet mellan den kortare och den längre diagonalen i romben.
3. Lös ekvationen $\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}=\frac{b-a}{x^2-ab}$ där a och b äro två olika, från noll skilda konstanter.
4. I en triangel ABC är AB 7 cm, BC 8 cm och CA 13 cm. Sidan AB förlänges ett stycke $BD=2$ cm, och punkten D förenas med punkten C. Beräkna vinkeln BDC.
5. I en triangel ABC är AB 10 cm, AC 6 cm och vinkeln A 120°. På periferien av den kring triangeln omskrivna cirkeln är punkten D så belägen, att vinkeln BAD är 54,1°. Hur stor är sträckan BD?
6. Bisektrisen till vinkeln A i en parallellogram $ABCD$ skär sidan BC i dess mittpunkt E. Sträckan AE är $\frac{3}{5}$ av diagonalen AC. Beräkna parallellogrammens vinklar.
7. En fyrhörning, vars diagonaler skära varandra under räta vinklar, är inskriven i en cirkel. Beräkna summan av kvadraterna på två motstående sidor, och visa, att den är lika med kvadraten på cirkelns diameter.
8. De konvergenta oändliga geometriska serierna $4+4x+4x^2+\ldots$ och $3+3x^3+3x^6+\ldots$ ha summorna s_1 respektive s_2. Förhållandet $s_1 : s_2$ är en funktion av x. Förenkla det algebraiska uttrycket för denna funktion, representera funktionen grafiskt, samt ange, mellan vilka gränser förhållandet kan variera.

Resultat: **1.** 30,68° eller 149,32°. **2.** $4-\sqrt{15}$. — Om AB och AC äro två sidor som bilda spetsig vinkel med varandra, AE och BD höjder i triangeln ABC, så erhålles med $AB=4$; $BE : AE = CD : BD = (4-\sqrt{15}) : 1$. **3.** $x_1=0$; $x_2=\frac{1}{2}(a+b)$. **4.** 106,10°. **5.** 13,10 cm. **6.** 69,08° och 110,92°. **7.** Drages från A i fyrhörningen $ABCD$ diametern AE, så är $CE \parallel DB$, varav $BC=DE$. Då nu $\triangle ADE$ är rätvinklig, är satsen bevisad. **8.** $s_1 : s_2 = y = \frac{1}{3}(1+x+x^2) = \frac{4}{3}[(x+0{,}5)^2+0{,}75]$, där $-1 < x < 1$ och $1\frac{1}{3} \leqq y < 4$.

[1] Uppg. i matematik för allm. linjen vid Uppsala enskilda lärov. och privatgymn. utgjordes av latinlinjens nr 2, 3, 4 (variant), 7, 8 och reallinjens (allm. kurs) nr 1, 4, 5.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. I en aritmetisk serie är summan av de 22 första termerna 8,8 och summan av de 36 första termerna 12. Hur många termer, från början räknat, skola medtagas, för att deras summa skall bli så stor som möjligt?
2. Två klotsegment ha samma volym. Deras höjder förhålla sig som 1 : 4 och deras buktiga ytor, tagna i samma ordning, som 3 : 1. Bestäm förhållandet mellan segmentens plana ytor.
3. Lös ekvationen $\cos 5x = \cos^5 x$.
4. Kurvan $3y = ax^4 + bx^3 - a^2$ har en minimipunkt i punkten $(1; -3\frac{1}{3})$. Bestäm konstanterna a och b samt upprita kurvan.
5. Två av en triangels hörn ligga i punkterna (3; 6) och (8; 6). De delar av koordinataxlarna, som falla inom triangeln, ha båda en längd av tre längdenheter. Beräkna koordinaterna för det tredje hörnet.
6. I triangeln ABC är den inskrivna cirkelns radie $\frac{1}{16}$ av triangelns omkrets och $\frac{1}{4}$ av höjden mot sidan AB. Beräkna vinkeln C.
7. En regelbunden tresidig pyramid är omskriven kring en sfär med radien 2 cm och inskriven i en sfär med radien 7 cm. Beräkna radien i den sfär, som tangerar basytan och sidoytornas förlängningar (en av de s. k. vidskrivna sfärerna).
8. I en rät cirkulär kon är basradien 1 cm och höjden h cm, där h är en konstant. I konen inskrives en rät cirkulär cylinder med axeln utefter konens höjd. Cylinderns basradie är x cm och dess totala begränsningsyta y cm². Bestäm y som funktion av x. Undersök därefter för olika värden på h, hur den nämnda ytan varierar, då x genomlöper de värden, som x kan anta, och åskådliggör detta i ett och samma koordinatsystem. Bestäm särskilt eventuella maximi- och minimipunkter och de h-värden, för vilka dylika kunna förekomma. Beskriv slutligen med ledning av undersökningen och kurvorna, hur den ifrågavarande ytan varierar för olika värden på h.

Resultat: **1.** 53. **2.** 125 : 26. **3.** $x_1 = n \cdot 90°$, $x_2 = \pm 54{,}74° + n \cdot 180°$. — Drag $\cos x$ från bägge leden, som *båda* förvandlas till produkt $2 \sin 3x \sin 2x = \cos x \sin^2 x (1 + \cos^2 x)$ osv. **4.** $a = 3$, $b = -4$. Inflexion i (0; −3). **5.** (−2; −9) eller (−12; −9). **6.** 28,08°. — Om $p = 8$, $h_c = 4$, $r = 1$, fås $c = 4$ och $\operatorname{tg} \frac{1}{2} C = r : (p - c) = 0{,}25$. **7.** 3 cm och 6 cm.[1] **8.** $y : 2\pi = hx + (1 - h)x^2$, som betyder en parabel genom (0; 0) och (1; 2π). Endast bågen mellan $x = 0$ och $x = 1$ har betydelse. För $h > 0$ ligga dessa bågar ovanför $y = 2\pi x^2$ och höja sig, då h växer. Så länge $h \leqq 2$

[1] Se detta häfte s. 112.

ligger toppen ej i det inre av bågen i fråga och y har endast gränsmin. 0 och gränsmax. 2π. För $h<1$ är bågen konkav uppåt, för $h=1$ ett linjestycke, för $h>1$ konkav nedåt, men först för $h=2$ rycker toppen in, och man får $y_{max}=\pi h^2:2(h-1)$ för $x=h:2(h-1)$. Samtidigt blir 2π ett gränsmin. Då $h\to\infty$, erhålles $x\to 0{,}5$ och $y_{max}\to\infty$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Visa, att de tangenter till ellipsen $2x^2+6y^2=3$, som går genom punkten (1; 1), äro vinkelräta mot varandra.
2. Visa, att funktionen $y=ax+bx\sqrt{1-x^2}$, där a och b äro konstanter, satisfierar ekvationen
$$x(1-x^2)\frac{dy}{dx}+(2x^2-1)y=ax^3.$$
3. Sök och konstruera orten för medelpunkten i en cirkel, som tangerar cirkeln $x^2+y^2=64$ innantill och går genom punkten (4; 0).
4. Hur nära styrlinjen till en parabel kan skärningspunkten mellan två inbördes vinkelräta normaler till parabeln komma?
5. B och B' äro ändpunkterna av en hyperbels konjugataxel. En rät linje genom B skär hyperbeln i två punkter, P och Q. Visa, att konjugataxeln är bisektris till vinkeln $PB'Q$ eller till dess sidovinkel.
6. I en cirkel med radien r äro OA och OB två från medelpunkten O utgående strålar, som med varandra bilda vinkeln $2v$, där $v<90°$. En korda CD i cirkeln är sida i rektangeln $CDEF$, vars hörn E och F ligga på var sin av strålarna OA och OB. För två lägen av kordan CD antar ytan av rektangeln ett maximivärde. Visa, att produkten av dessa maximivärden är $=r^4$, oberoende av vinkeln v.
7. Diskutera utseendet av kurvan $y=(2x+a):(x^2-4)$ för olika värden på a. Undersök därvid skärningspunkter med koordinataxlarna, maximi- och minimipunkter samt asymptoter. Undersök även, hur kurvan närmar sig till asymptoterna. Upprita slutligen i deras huvuddrag — i olika koordinatsystem — exempel på de olika typer av kurvor, som kunna förekomma.

Resultat: 3. Ellips med foci i (0; 0) och (4; 0); storaxeln 8 l. e. 4. I den rektangel som bildas av normalerna och tangenterna i deras fotpunkter är den ena diagonalen just avståndet ifråga, den andra en fokalkorda och minimilängden för en sådan är *parametern.* 5. Om $P(x_1; y_1)$ och $Q(x_2; y_2)$, så ger systemet $y=kx+b$, $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$ relationen $y_1\cdot y_2=b^2$ eller $y_1:b=b:y_2$, varav $(y_1-b):(y_1+b)=-(y_2-b):(y_2+b)$ eller $\frac{y_1-b}{x_1}\cdot\frac{y_2+b}{x_2}=-\frac{y_1+b}{x_1}\cdot\frac{y_2-b}{x_2}$, dvs. $k_{PB_1}=-k_{QB_1}$. 6. Att

maximivärdena äro $r^2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} v$ och $r^2 \operatorname{cot} \frac{1}{2} v$ inses utan räkning. Antag först, att M är mittpunkten på den kortare av bågarna AB och att C ligger mellan A och M. Drages parallellt med AO linjen CG, som skär OM i G, så är rektangelytan = dubbla ytan $CGOF$ dvs. = produkten av halvaxlarna i den hyperbel med asymptoterna OA och OM, som går genom C. Dessa hyperbler äro likformiga och produkten därför ett maximum, när topparna ligga så långt som möjligt från O, alltså i mittpunkten av bågen AM. Utbytes v mot $180° - v$ erhålles den andra rektangeln. **7.** Axelintercept: $-\frac{1}{2}a$ och $-\frac{1}{4}a$; asymptoter: $y=0$; $x \pm 2 = 0$. Icke sönderfallande kurvor har tre grenar, I: $x<-2$, II: $-2<x<2$, III: $x>2$. För $a=4$ sönderfaller kurvan i hyperbeln $y=2:(x-2)$ och räta linjen $x+2=0$, för $a=-4$ i den med avseende på origo symmetriska figuren. På grund av symmetrin med avseende på origo kan man överhuvud taget antaga $a \geqq 0$. — *Första fallet:* $0 \leqq a < 4$. Med växande x avtar y monotont på I från 0 till $-\infty$, på II från $+\infty$ till $-\infty$ och på III från $+\infty$ till 0. På II ligger kurvans enda infl.pkt. *Andra fallet:* $a>4$. Med växande x avtar y på I från 0 till minimivärdet m för $x=x_1$, växer sedan genom 0 ($x=x_3$) till $+\infty$, på II växer y från $-\infty$ till maximivärdet M för $x=x_2$ för att sedan avta till $-\infty$ och på III från $+\infty$ till 0. — Kontroll: Alla kurvor skära y-axeln under samma vinkel och tangenten ($k=-0{,}5$) går genom $(-\frac{1}{2}a;\ 0)$. Vidare är $x_1 x_2 = 4$ och $2x_3 = x_1 + x_2$. Max.- och min.-punkterna ligga på hyperbeln $xy=1$.

Uppgifter i fysik

1. Hur många kWh har ett elektriskt lokomotiv förbrukat, då det i en jämn stigning av 1 : 200 har på en sträcka av 800 m efter igångsättningen givit ett tåg med vikten 250 ton en hastighet av 72 km/tim? Friktions- och luftmotstånd kan i genomsnitt uppskattas till 0,5 % av tågets tyngd. 1 kpm = 9,8 joule. 90 % av den elektriska energi, som tillföres lokomotivet, användes för ovan angivna arbete.
2. En dörr med vikten 10 kg består av en tunn, rektangulär och homogen, 1,0 m bred skiva. Den är vid sin ena vertikala kant upphängd på två gångjärn med ett inbördes avstånd av 1,6 m. Gångjärnens vridningsaxlar antagas sammanfalla med den vertikala dörrkanten. Dörren kan lyftas genom en kraft y, riktad lodrätt uppåt och anbragt vid dörrens undre kant på avståndet x från lodlinjen genom gångjärnen. Då dörren lyftes, uppstå friktionskrafter i gångjärnen. Friktionskoefficienten antages vara 0,20. Beräkna y som funktion av x. Vid beräkningen måste två skilda fall beaktas: i det ena fallet varierar x från 0 till 0,5, i det andra från 0,5 till 1,0. Nöjaktig lösning kräver, att i båda fallen figur

med för behandlingen behövliga krafter ritas, samt att resultatet av räkningarna sammanfattas i en grafisk översikt.

3. Vid en lärjungelaboration användes för bestämning av isens smältvärme en kalorimeter jämte omrörare, bägge av koppar. En laborationsgrupp meddelade i sin redogörelse följande. Kalorimetern och omröraren vägde tillsammans 47,3 g. Sedan vatten hällts i kalorimetern, blev sammanlagda vikten 206,3 g. Begynnelsetemperaturen uppmättes till +31,80° C. Ett stycke nollgradig is lades ned i kalorimetervattnet, och sedan den efter omröring smält, avlästes sluttemperaturen +10,70° C. Kalorimetern med innehåll befanns nu väga 246,0 g. Med 0,093 cal/g · grad som värde på koppars spec. värme beräknades härefter isens smältvärme. Därvid erhölls ett för lågt värde. — Även de andra laborationsgrupperna erhöllo liknande låga värden. Den för mätningarna begagnade isen innehöll något vatten. Till vilket belopp skall vikten av detta vatten uppskattas, för att man med ovan meddelade sifferuppgifter som underlag för beräkningen skall erhålla tabellvärdet 80 cal/g på smältvärmet? Därvid bortses från övriga möjliga felkällor.

4. I en skärm *A* är ett cirkulärt hål med ungefär en cm radie anbragt. Hålet täckes av en tunn samlingslins, vars optiska huvudaxel är vinkelrät mot skärmen och går genom hålets mittpunkt. Linsens brännvidd är 40 cm. En i det närmaste punktformig ljuskälla placeras på den optiska axeln, 120 cm från linsen. På linsens andra sida uppställes en plan skärm *B* vinkelrätt mot axeln, först på 30 cm avstånd från linsen (fall I), sedan på 80 cm avstånd (fall II). I båda fallen synes på skärmen en ljus cirkelyta. Sök förhållandet mellan belysningen på skärmen *B* i fall I och i fall II. Cirkelytorna antagas vara jämnt belysta. Tydlig figur erfordras.

5. I ett s. k. teleobjektiv får ljuset från ett avlägset föremål först träffa en samlingslins med brännvidden 9,0 cm och därefter en spridningslins med brännvidden 4,5 cm. Avståndet mellan linserna, vilkas optiska axlar sammanfalla, är 6,0 cm. Den slutliga bilden uppfångas på en fotografisk plåt. Vilken brännvidd måste ett enkelt fotografiskt objektiv ha för att ge en lika stor bild av samma föremål? Vid beräkningen kunna samtliga linser betraktas som tunna. Figur med tydlig strålgång och bildkonstruktion erfordras.

6. Ett ackumulatorbatteris spänning mätes med en till dess poler ansluten voltmeter med stort motstånd. Två lika beskaffade glödlampor kopplas parallellt med varandra och anslutas sedan till batteriets poler. Då lamporna lysa, visar voltmetern 5,68 V, men om lamporna skruvas ur sina fattningar, stiger spänningen till 6,13 V. Hur stor procent av den i batteriet totalt utvecklade effekten

kommer vardera lampan till godo, då de lysa? Tilledningstrådarna äro praktiskt taget motståndslösa. Kopplingsschema erfordras.

7. En voltmeter för likström har tre klämskruvar, *A*, *B* och *C*. Mellan *A* och *B* är själva mätinstrumentet med ett i serie anslutet motstånd inkopplat och mellan *B* och *C* ett motstånd på 1000 ohm. Den elektriska spänningen pålägges mellan *A* och *B* eller mellan *A* och *C*. Fullt utslag svarar i första fallet mot 1,50 V och i senare fallet mot 3,00 V pålagd spänning. Med denna voltmeter ville man bestämma ett ganska stort motstånd *R* och kopplade därför efter varandra en ackumulator, voltmetern och det obekanta motståndet. Vid anslutning till klämskruvarna *A* och *B* visade voltmetern 1,10 V, vid anslutning till *A* och *C* åter 1,43 V. Vilket värde på *R* kunde härav beräknas? Till ackumulatorns och anslutningstrådarnas motstånd behöver ingen hänsyn tagas. Kopplingsschema erfordras.
8. Då elektromagnetisk strålning (ljusstrålning) med tillräckligt högt svängningstal träffar en metallyta, lösgöras elektroner ur ytan. Denna s. k. fotoelektriska effekt kan förklaras genom att man antar, att strålningsenergin därvid absorberas i vissa bestämda mängder (s. k. kvanta), var och en innehållande energibeloppet $h \cdot \nu$, där ν betyder strålningens svängningstal och h en konstant (Plancks konstant). För att genom bestrålning en elektron skall lösgöras från metallytan, kräves ett strålningskvantum av minst ett visst energibelopp. Man har funnit, att detta kvantum för kalium är 2,2 elektronvolt, varvid med 1 elektronvolt förstås den energimängd, som en elektron förvärvar, sedan den genomlöpt ett potentialfall på 1 volt. Angiv i ångströmenheter våglängden för den strålning, som nätt och jämnt förmår lösgöra en elektron från ett kaliumskikt. Ljusets hastighet är $3 \cdot 10^{10}$ cm/sek, elektronens laddning $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ coulomb och Plancks konstant $6{,}62 \cdot 10^{-27}$ ergsek. Vidare är 1 ångström$=10^{-8}$ cm och 1 joule$=10^{7}$ erg.

Resultat: 1. 21,5 kWh. 2. $y=45:(4+x)$ och $y=35:(4-x)$ för x mindre resp. större än 0,5. 3. 1,9 g. 4. 4:9. 5. 27 cm. 6. 46,3 %. 7. 857 ohm. 8. 5640 Å.

Realexamen v. t. 1953

Provräkning

1. Lös ekvationen

$$\frac{9}{12+8x}+\frac{7}{18-12x}-\frac{29-3x}{27-12x^2}=0$$

2. Ett bolag, vars aktier lyda på 50 kr, beräknas ge en årlig utdelning av 3 kr per aktie. Hur mycket större årlig inkomst får man, om

man till 110 % kurs köper 50 sådana aktier i stället för att ha pengarna insatta i en sparbank, som ger 2,75 % ränta?

3. Två personer, A och B, begåvo sig ut på en cykeltur från en plats U. Kl. 10.05 anlände de till en plats V, som ligger 4,5 km från U. Där erinrade sig A, att han glömt en viktig sak i U, varför han omedelbart återvände dit. Efter 4 minuters uppehåll i U startade han åter för att hinna upp B. Denne hade stannat i V till kl. 10.17 och därefter fortsatt med en hastighet av 10 km/tim. Kl. 11.29 upphanns han av A. Bestäm den hastighet, med vilken A cyklade, sedan han skilts från B. Han antages ha hållit konstant fart.
4. En fruktgrossist köpte 2 ton frukt till ett inköpspris av 1 kr 60 öre per kg, varvid alla inköpskostnader äro medräknade. Då han bestämde försäljningspriset, beräknade han 50 % pålägg. Det visade sig emellertid, att han inte kunde sälja all frukten utan måste kassera 25 % av partiet. Hur stor blev hans vinst i procent av inköpssumman? Lagrings- och försäljningskostnaderna beräknas uppgå till 5 % av inköpssumman.
5. Vid ett tillfälle föll silverpriset på börsen i New York från 82 cent till 70,75 cent per uns. Hur stort blir detta prisfall i kr per kg? 1 pund=16 uns=454 g; 1 dollar=100 cent=4,80 kr.
6. För att bevattna ett trädgårdsland, som är 0,3 ha, pumpar man upp vatten i en cistern med tillhjälp av en pump, som levererar 75 hl vatten i timmen. Av olika anledningar går 10 % av vattnet i cisternen tillspillo och kommer alltså inte trädgårdslandet till godo. Hur lång tid måste pumpen minst arbeta, för att den utförda bevattningen skall motsvara 6 mm regn?
7. Av ett rektangulärt pergamentstycke *ABCD*, där *AB* är 4,5 dm och *BC* 3 dm, vill man till en sänglampa göra en skärm i form av en rät cirkulär kon och därvid utnyttja så mycket som möjligt av pergamentstycket. Till medelpunkt i den erforderliga cirkelsektorn, vars radie är 3 dm, väljes en punkt på sidan *AB* 3 dm från *A*. Hur högt över den färdiga lampskärmens basyta kommer spetsen att ligga?
8. I parallelltrapetset *ABCD* äro de parallella sidorna *AB* 8 cm och *CD* 4 cm. Vinkeln *B* är rät. Trapetsets diagonaler skära varandra under räta vinklar. Beräkna dess yta.

Resultat: 1. $x=0{,}5$. 2. 74,37 kr. 3. 15,75 km/tim. 4. 7,5 %. 5. 19,03 kr/kg. 6. $2\frac{2}{3}$ tim. 7. $\sqrt{8}=2{,}828$ dm. 8. $24\sqrt{2}=33{,}94$ cm².

Provräkning i realexamen (avkortad kurs)

omfattade ovanstående uppg. 1—5 (här med ordningsnumren 1, 4, 6, 7, 8 resp.) samt (i st. f. nr 6—8) följande tre uppgifter.

2. En skola erhöll som gåva en summa av 25 000 kr. Av den årliga ränteinkomsten skulle $^{9}/_{10}$ utdelas som stipendium. Det skänkta kapitalet placerades på följande sätt: 12 000 kr utlånades mot 4,5 % ränta; tolv 4 % obligationer, var och en å nominellt 1000 kr, inköptes till 104 % kurs; återstoden insattes mot 2,5 % ränta i bank. Hur stort stipendium kunde utdelas efter ett år?
3. En person erhöll utom årslönen även ett visst dyrtidstillägg på denna. Ett år, då dyrtidstillägget utgick med 12 % av årslönen, erhöll han sammanlagt 10 080 kr. Följande år höjdes hans årslön med ett ålderstillägg på 500 kr, och han erhöll då sammanlagt 10 545 kr. Efter vilken procent utgick dyrtidstillägget detta år?
5. En handlande köpte 40 lådor blåbär till ett pris av 75 öre per liter. Varje låda var invändigt 70 cm lång, 40 cm bred och 12,5 cm hög. Han forslade bären på lastbil till en närbelägen stad, där han sålde dem för 1,50 kr/kg. Transport- och försäljningskostnaderna uppgingo till 50 kr. Hur många procent på det utlagda beloppet förtjänade han, om 5 liter blåbär väga 3,3 kg?

Resultat: 2. 929,7 kr. 3. 11 %. 5. 26 %.

Praktisk realexamen v. t. 1953

Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje

1. En ankarboj utgöres av en vattentät kagge med vikten 17 kg och utvändig volym 80 l. Den är försedd med en kätting av järn, som väger 15 kg och är fastsatt vid en krok i sjöbotten. Vid ett tillfälle, då vattenståndet var ovanligt högt och lugnt väder rådde, var kättingen lodrät, och kaggen befann sig till hälften av sin volym ovanför vattenytan. Hur stor var då påkänningen på kroken i sjöbotten? Järns täthet är 7,5 g/cm^3, sjövattnets antages vara 1 g/cm^3. Enkel figur erfordras.
2. Svängarmen AB hos en enkel svängkran är 4,0 m lång och vridbar kring en vertikal axel genom A. Armen hålles i horisontellt läge av ett stag, vars ena ända är fastsatt i B och andra ända i en punkt C på den vertikala vridningsaxeln, 3,0 m över A. Den i B hängande lasten, som genom vridning av svängarmen i horisontalplanet skall föras från ett ställe till ett annat, får högst ha tyngden 1200 kp. Beräkna för detta fall spänningen i staget. Svängarmens egen tyngd är 200 kp och dess tyngdpunkt ligger i mitten av armen. Från stagets tyngd kan man bortse. Enkel figur erfordras med för lösningen behövliga krafter utritade.
3. Från en vertikal vägg utgår ett vågrätt rör. Rörets mynning befinner sig 0,2 m från väggen och 3,6 m över den horisontella

marken. Ur röret kommer med jämn hastighet en vattenstråle, som träffar marken 2,2 m från väggen. Strålen har, då den lämnar röret, genomskärningsytan 0,50 cm^2. Hur mycket vatten rinner ur röret per minut? Accelerationen vid fritt fall är 9,8 m/sek^2. Enkel figur erfordras.

4. I en mindre syrgasbehållare med volymen 10 l har trycket gått ned till 1 at. Den behöver därför påfyllas, och man sätter den i förbindelse med en starkväggig syrgastub, vars volym är 30 l. Tubens manometer anger trycket 87 at. Man vill fylla den mindre behållaren, så att dess tryck blir 10 at. Vilket tryck skall tubmanometern visa, när påfyllningen är avslutad? Temperaturen är konstant.
5. Ett kopparstycke av vikten 100 g och temperaturen +20° C fördes hastigt ned i ett kärl med flytande syre av temperaturen −183° C (syrets kokpunkt). Därvid kokade 33,0 g syre bort. Beräkna härav syrets ångbildningsvärme. Som värde på koppars spec. värme har man i detta fall att räkna med 0,080 cal per g och grad.
6. En skolgosse hade fått två elektriska motstånd, av vilka det ena var på 2000 ohm, medan uppgift om det andra saknades. Han visste endast, att även detta motstånd var stort. Då han ville bestämma dess storlek, fick han av sin fysiklärare låna en voltmeter. Denna använde han på följande sätt. Först kopplade han mellan likströmsuttagets poler in voltmetern ensam, därefter voltmetern och 2000-ohmsmotståndet i serie och till slut voltmetern och det obekanta motståndet i serie. Voltmetern visade därvid i ordning taget 216 V, 162 V och 144 V. Han kunde sedan härav beräkna det obekanta motståndet. Hur stort var detta? Kopplingsschema erfordras.
7. Ett ackumulatorbatteri har polspänningen 12 V och kapaciteten 30 Ah. Det lämnar en effekt av 40 watt till en trådspiral, som för visst ändamål skall avge värme. Hur många timmar kan denna värmeutveckling fortgå, utan att batteriet behöver omladdas?
8. En viss elektrisk glödlampa är stämplad 160 V. Den kan tydligen icke direkt anslutas till belysningsnätet, vars spänning är 225 V. En lärjunge, som fått till uppgift att närmare undersöka lampan och för den skull utrustats med ett motstånd på 500 ohm samt en voltmeter med stort motstånd, användbar inom mätområdet 0—200 V, förfor nu på följande sätt. Hela motståndet (AC) anslöts direkt till belysningsnätet. Mellan A och en längs motståndstråden förskjutbar glidkontakt B inkopplades två ledningar parallellt, den ena innehållande voltmetern, den andra glödlampan. När B nu sakta försköts från A mot C, inträffade i ett visst läge, att voltmetern visade 160 V. Av en gradering på motståndstråden kunde

han finna, att motståndsdelen AB därvid var 400 ohm. Han kunde sedan beräkna styrkan hos strömmen genom lampan och därmed dess effektförbrukning vid full spänning. Angiv denna effektförbrukning. Kopplingsschema med strömmarnas riktningar utsatta erfordras.

Resultat: 1. 10 kp. 2. 2170 kp. 3. 7 l/min. 4. 84 at. 5. 49,2 cal/g. 6. 3000 ohm. 7. 9 tim. 8. 40 W.

Uppgifter i fysik för kemisk-teknisk linje

Uppg. 1, 4—8 i provet för maskinteknisk linje jämte följande uppgifter.

4. En enkel förstoringsapparat hade ett objektiv med brännvidden 15 cm. Varje cm av föremålet motsvarade 3 cm i bilden. Man ville sedan öka förstoringen, så att varje cm av föremålet svarade mot 5 cm i bilden. Hur mycket större blev härigenom avståndet mellan föremål och bild? Objektivet får betraktas som en tunn lins. Enkel figur erfordras.
5. I en vattensönderdelningsapparat beräknas 1 A utveckla 174 mm^3 knallgas av 0° C och 760 mm Hg per sek. Vid ett lektionsförsök erhölls på 300 sek 24,0 cm^3 knallgas av 0° C och 750 mm Hg, då strömstyrkan var 0,50 A. Hur många procent utgjorde denna mängd av den beräknade?

Resultat: 4. Det ökades med 28 cm. 5. 90,7 %.

Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskin-teknisk linje

1. En bil beräknas vid en körhastighet av 60 km/h taga en medeleffekt av 20 hk. Motorns verkningsgrad är 25 %, bensinens värmevärde 10 500 kcal/kg och dess täthet 0,72 kg/dm^3. Hur många liter bensin gå åt per timme?
2. Järnet i en kätting har en diameter av 11 mm. Den tillåtna dragpåkänningen är 540 kp/cm^2. Hur stor last kan man lyfta a) med en enkel part av kättingen, b) med dubbla parter, som bilda 90° vinkel mot varandra?
3. En stavhoppare använder en stålstav, vars mittsektion har ytterdiametern 45 mm och godstjockleken 2,5 mm. Man kan anta, att staven, när den är mest belastad, står lodrätt, att den har en längd av 4,5 m och att belastningen är 75 kp. Hur stor är då säkerheten mot knäckning?
4. En rund stång av hårt stål med 20 mm diameter upplägges fritt på två stöd med 800 mm avstånd och belastas på mitten med en kraft

F så stor, att nedböjningen på grund av denna kraft blir 6 mm. Beräkna a) kraften F, b) böjspänningen i stången.

5. Vid Forshuvudforsens kraftverk finns en Francisturbin, som vid en effekt av 8000 hk fordrar 73,0 m^3 vatten per sekund, vid 7500 hk 63,0 m^3/s, vid 7000 hk 58,2 m^3/s, vid 6500 hk 54,7 m^3/s och vid 6000 hk 52,0 m^3/s. Fallhöjden är konstant 10,3 m. Rita upp verkningsgradskurvan vid varierande effekt och angiv vid vilken belastning turbinen har sin bästa verkningsgrad.
6. I avsikt att höja effekten hos en förgasarmotor utbyter man dess cylinderlock, varvid kompressionsvolymen minskas. Härigenom ökas motorns effektiva medeltryck från 5,5 till 7 kp/cm^2. Samtidigt höjer man varvtalet från 3200 till 3400 r/min. Med hur många procent ökas motoreffekten?
7. De s. k. självsmörjande lagren ha lagerskålar av sintrat material. De äro porösa, och porerna äro fyllda med olja. För ett dylikt lager av stål uppges det tillåtna yttrycket p kp/cm^2 vid periferihastigheten v m/s kunna beräknas ur formeln $p \cdot \sqrt{v} = 8{,}25$. Beräkna diameter och längd för ett sådant lager, som skall användas för ett lagertryck av 100 kp vid 300 r/m. Längden göres 1,2 gånger diametern. Beräkningen utföres lämpligen så, att man antar en viss diameter, beräknar det yttryck, som man får med denna diameter, och jämför detta med det tillåtna yttryck, som beräknas ur ovanstående formel. Bliva dessa båda yttryck icke nästan lika stora, antar man en ny diameter och gör om beräkningen, tills man funnit en diameter, som passar. Diametrarna väljer man på hela eller halva centimeter när och anger således den sökta diametern på 5 mm när. Skriv in även misslyckade försök.
8. Redogör för de metoder, som man har för att under drift åstadkomma tändning vid a) förgasarmotorer, b) Hesselmanmotorer, c) glödkulemotorer, d) dieselmotorer, e) förkammarmotorer (semidieselmotorer).

Resultat: 1. 6,7 l/tim. 2. a) 1030 kg, b) 1450 kg. 3. 10-faldig. 4. a) 93 kp, b) 2360 kp/cm^2. 5. Vid 7000 hk (87,6 %). 6. 35 %. 7. 25 mm diam., 30 mm längd.

Forts. från s. 132.

J. HUXLEY, *Evolution in Action.* Chatto & Windus, London 1953, Pp. 159, 9s. 6d. net.

O. SAMUELSON, *Ion Exchangers in Analytic Chemistry.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1952, 291 s., kr. 36:—.

H. HASSE, *Mathematik als Wissenschaft, Kunst und Macht.* Verlag für angewandte Wissenschaften, Wiesbaden 1952, 34 S., DM 4:80.

JANDER—JAHR, *Massanalyse.* I/II. 6. Aufl. W. de Gruyter, Berlin 1952, 140+139 S., DM 2:40+2:40.

Mathematical tables to 5 decimal places. P. Nordhoff, Groningen, Holland, 1953, Pp. 268, 8.75 floriner.

Traité de chimie organique. Tome XXII, publie sous la direction de VICTOR GRIGNARD. Masson & Cie, Paris 1953, 1290 p., 11 000 fr.

H. WANG—R. MC NAUGHTON, *Les systèmes axiomatiques de la théorie des ensembles.* Gauthier-Villars, Paris 1953, 64 p., $ 2.40.

M. FRÉCHET, *Pages choisies d'analyse générale.* Gauthier-Villars, Paris 1953, 213 p., $ 5.90.

J. L. DESTOUCHES, *Méthodologie, notions géométriques.* Gauthier-Villars, Paris 1953, 228 p. $ 8.90.

L. DE BROGLIE, *Éléments de théorie des quanta et de mécanique ondulatoire.* Gauthier-Villars, Paris 1953, 302 p., $ 8.90.

B. HALLERT, *Fotogrammetri.* Grunddrag och översikt. Norstedt & Söner, Stockholm 1953, 226 s., kr. 30:—.

HEDSTRÖM—RENDAHL, *Algebra och planimetri.* Åttonde uppl., omarb. av L. Ekbom. Sv. Bokförlaget (Bonniers), Stockholm 1953, 285s., kr. 8:75.

E. ÖIJE, *Rabatt, pålägg, vinst.* 100 problem till realskolans matematikkurs. Sv. Bokförlaget (Bonniers), Stockholm 1953, 28 s., kr. 1:95.

F. EHRNST, *Studieplan i matematik för 9:e skolåret.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1953, 35 s., kr. 2:50.

E. T. GLAS, *Radioteknik III.* Ljus förlag, Stockholm 1953, s. 281—455, kr. 28:—.

Å. WALLENQVIST, *Den moderna astronomien och dess världsbild.* Forum, Stockholm 1952, 214 s., kr. 19:50.

T. JOHANSSON, *Färg.* Natur & Kultur, Stockholm 1953, 94 s.+7 färgplanscher, kr. 37:—.

B. BERNDTSSON, *Teknisk ritning.* Ritkurs för folkskolans högstadium. I/II. Natur & Kultur, Stockholm 1953, tillsammans 40 blad. Per del kr. 2:—.

BERG—BJERDAHL, *Lärobok i räkning.* 3:e skolåret. Lindblads förlag, Uppsala 1953, 112 s., kr. 2:90.

Ö. ALVESJÖ, *Lärobok i handelsräkning.* Lindblads förlag, Uppsala 1953, 152 s., kr. 6:75.

Det fysikaliska observationsmaterialet och dess behandling. Företal av Arne Eld Sandström. Utg. av SYNF, lokalavd. Uppsala 1951, stencilerad, 46 s., kr. 12:—.

Kompendier, utg. av Svenska Teknologföreningen vid anordnade kurser (stencilerade):

1. »Snabba förlopp», två delar. Stockholm 1951, kr. 25:—.
2. »Konstruktionsmateriel för kemisk industri», febr. 1953, kr. 15:—.
3. »Trådtöjningsgivare», maj 1953, kr. 25:—.

ALFSEN—SKJULSTAD—SOLLESNES, *Matematikk for språklinjene.* Ashehoug & Co, Oslo 1952, 276 s.

STEN LOTHIGIUS, *Tragikomiken inom optiken.* Förf.:s förlag, Wramsjö, Frinnaryd

lyheter i matematik, fysik och kemi
l höstterminen 1953

Av förlagets **realskoleböcker i fysik** *(Beckman-Wetterblad, Hellsten-Frendel* samt *Malmborg)* utkommer 3:e delen utarbetad efter de nya kursplanerna. Därmed blir dessa nya serier kompletta.

Av *Almkvist-Knave*, Laborationer kommer häfte 3, som behandlar magnetism, elektricitetslära och optik.

För **matematikundervisningen på gymnasiet** utges

Olson, Algebra och planimetri. Första delen, för ring R och A I^4, II^4 och I^3

Nyström-Olson, Likformighetslära

Hedström-Rendahl, Algebra och planimetri. För realgymnasiet och allmänna linjen. Omarb. upplaga efter nya kursplanerna av *Lennart Ekbom*.

För **kemiundervisningen på gymnasiet**

Böös-Lundberg-Leden, Lärobok i kemi

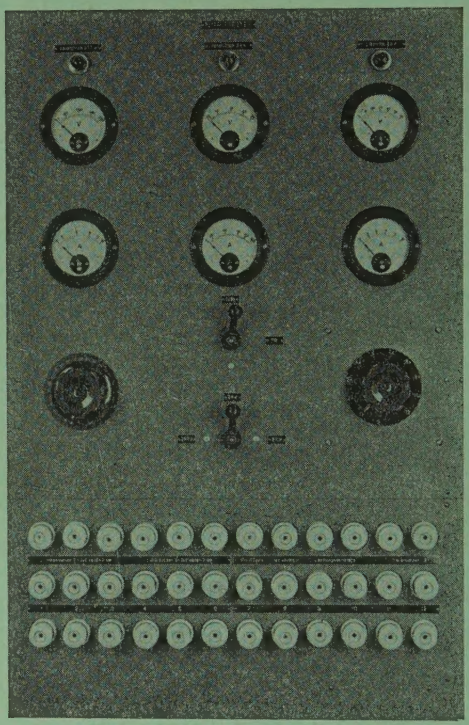
Ekman-Sandström, Lärobok i organisk kemi för latingymnasiet och allmänna linjen. Första delen, för ring I^4

SVENSKA BOKFÖRLAGET

SKOLBOKCENTRALEN
David Bagaresgata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60
Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner
Hamngatan 4, Malmö

KOPPLINGSTAVLOR
AV ALLA SLAG



levereras av

P. A. NORSTEDT & SÖNER
Skolavdelningen

Bryggargatan 17, Stockholm

Parkgatan 19, Göteborg Hamngatan 4, Malmö

LUND 1953. HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI